おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.7
草　雲

１１　２直線の交点の軌跡２

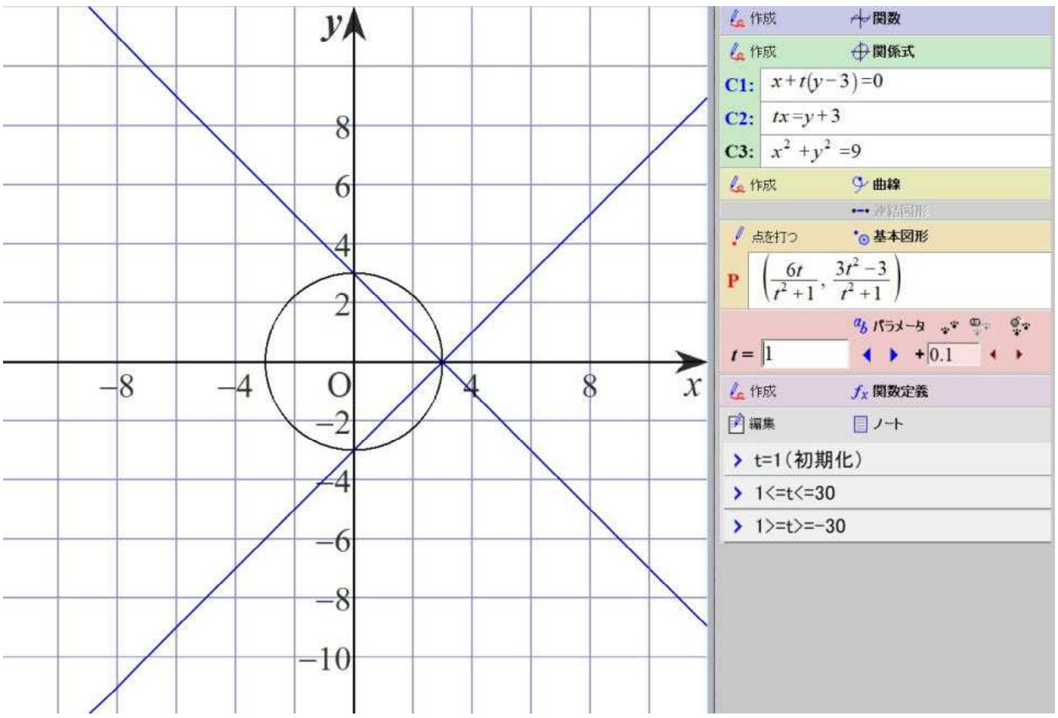
（１）試験問題１１
　ｔが実数の値をとって変わるとき、
　２直線　Ｌ：ｘ＋ｔ（ｙ－３）＝０，Ｍ：ｔｘ－（ｙ＋３）＝０　について、
①直線Ｌはｔの値に関わりなく、定点を通ることを示せ。
②ｔが実数全体を動くとき、直線ＬとＭの交点はどんな図形を描くか。

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月７日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　『２直線の交点の軌跡２.gps』

【考察】
　ｔの値を　－３０　から　３０　まで変化させて、２直線ＬとＭの交点Ｐを観察しました。
　ｔ＞１　のとき、２直線ＬとＭの交点Ｐは、円①：ｘ²＋ｙ²＝９　上の点の（３，０）と（０，３）を両端とする円①の反時計回りの孤上にありました（ただし、両端は除く）。
　ｔ＜１　のとき、２直線ＬとＭの交点Ｐは、円①上の点の（３，０）と（０，３）を両端とする円①の時計回りの孤上にありました（ただし、両端は除く）。
　ｔ＝１　のとき、２直線ＬとＭの交点Ｐの座標は、（３，０）でした。
　よって、求める図形は円：ｘ²＋ｙ²＝９（点（０，３）を除く）になります。
（ｘ＋ｔ（ｙ－３）＝０、ｔｘ－（ｙ＋３）＝０　を連立して、ｘ、ｙについて解きます。
ｘ＝６ｔ／（ｔ²＋１）、ｙ＝３（ｔ²－１）／（ｔ²＋１）となり、円①の方程式が導けます。）

①　ｔの値が　１　のとき



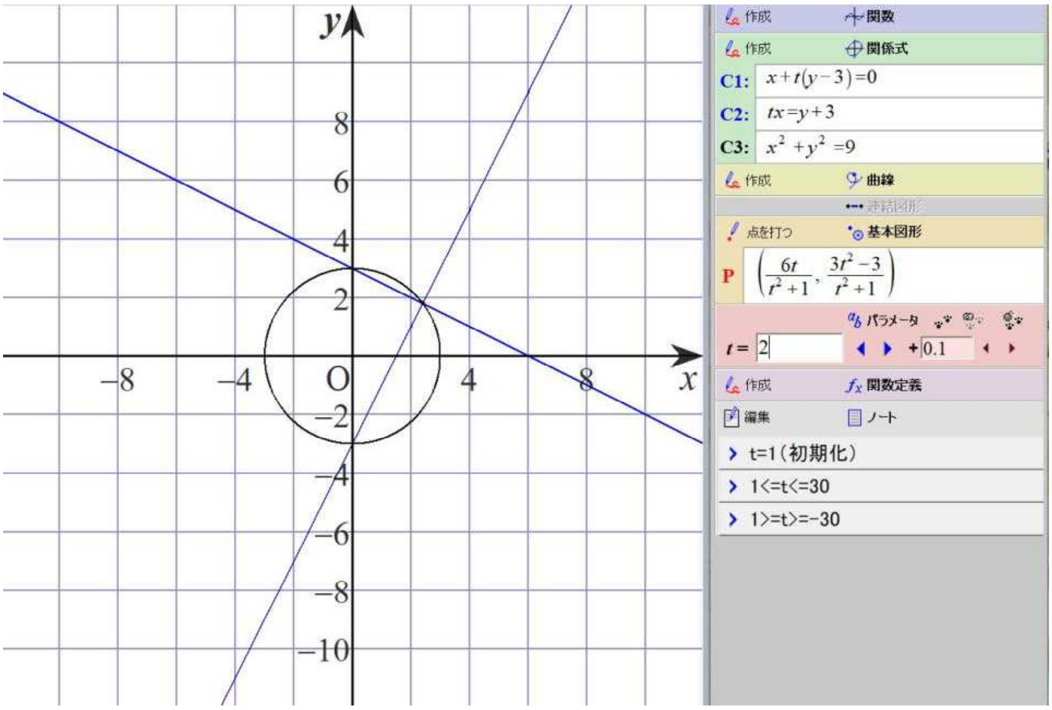
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.7
草　雲

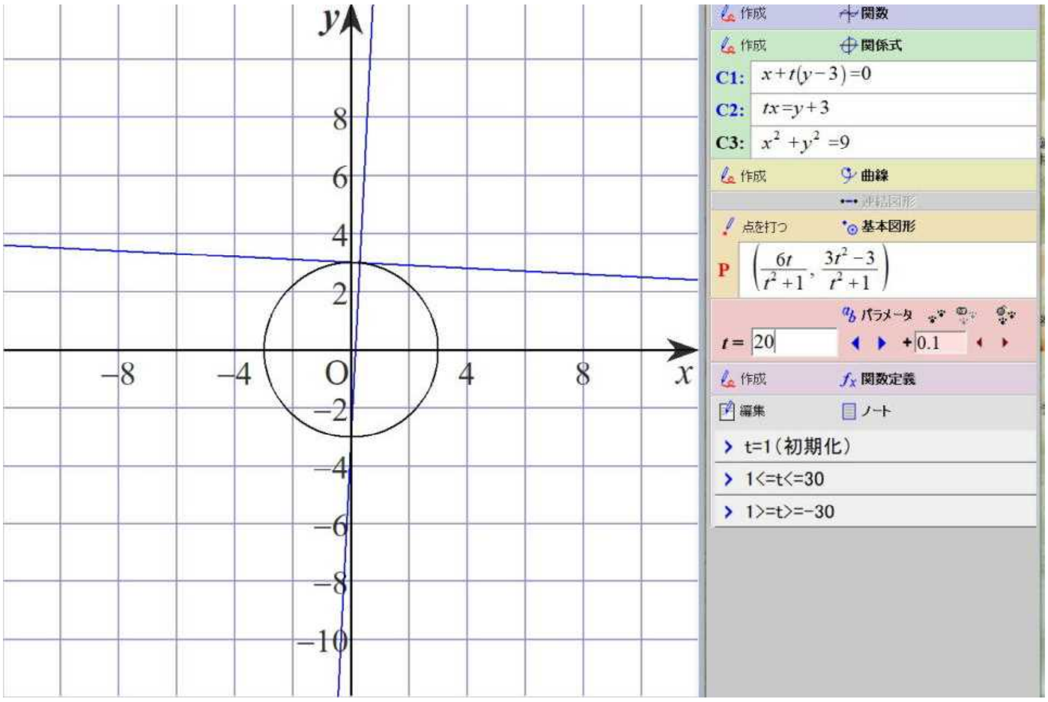
１１　２直線の交点の軌跡２

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

②　ｔの値が　２　のとき



③　ｔの値が　２０　のとき



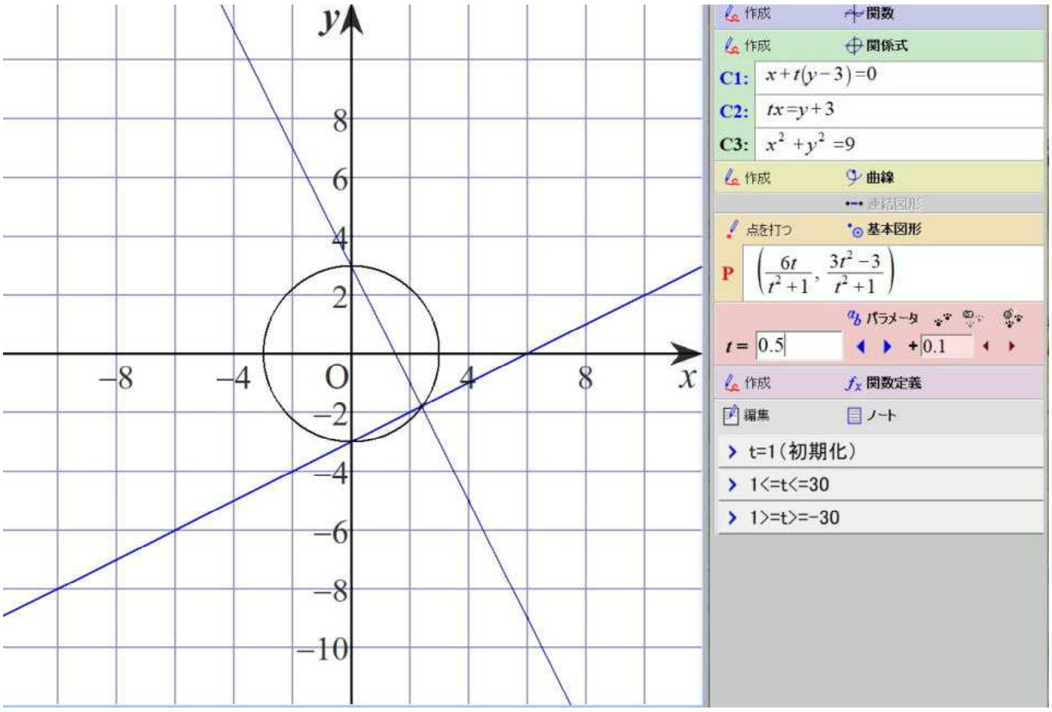
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.7
草　雲

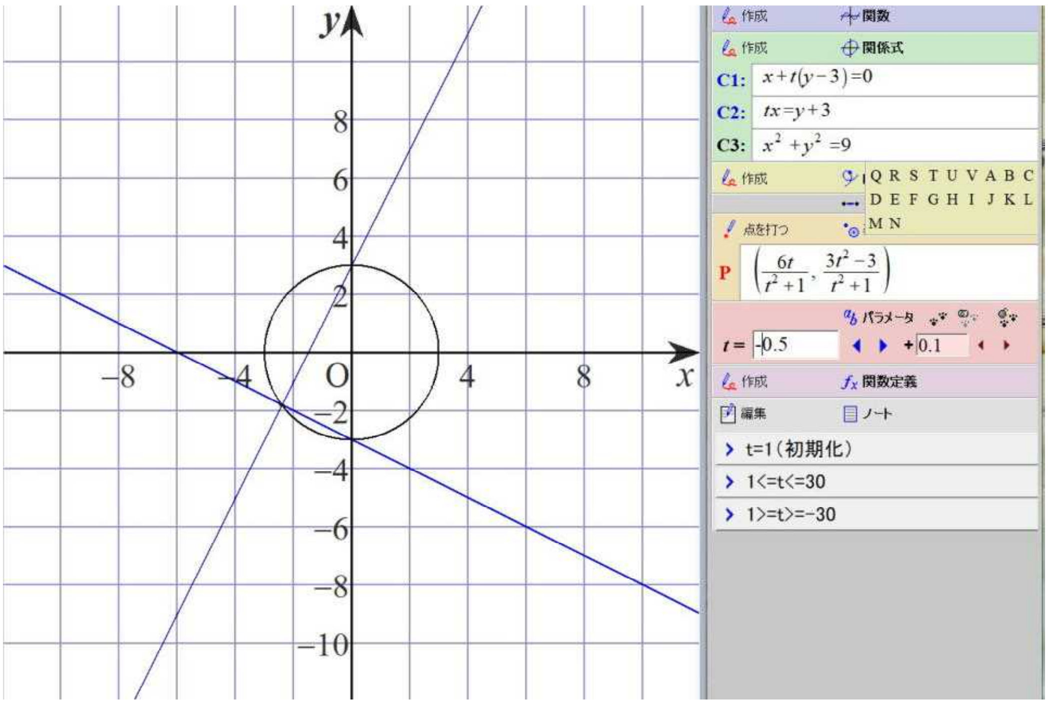
１１　２直線の交点の軌跡２

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

④ ｔの値が ０．５ のとき



⑤ ｔの値が －０．５ のとき



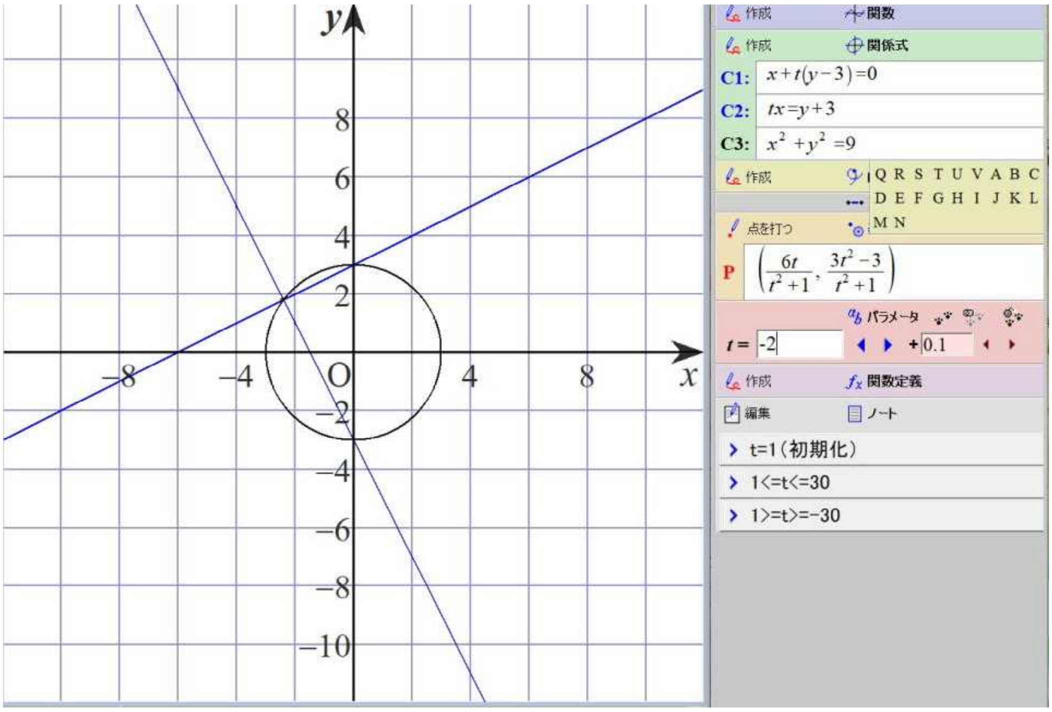
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.7
草　雲

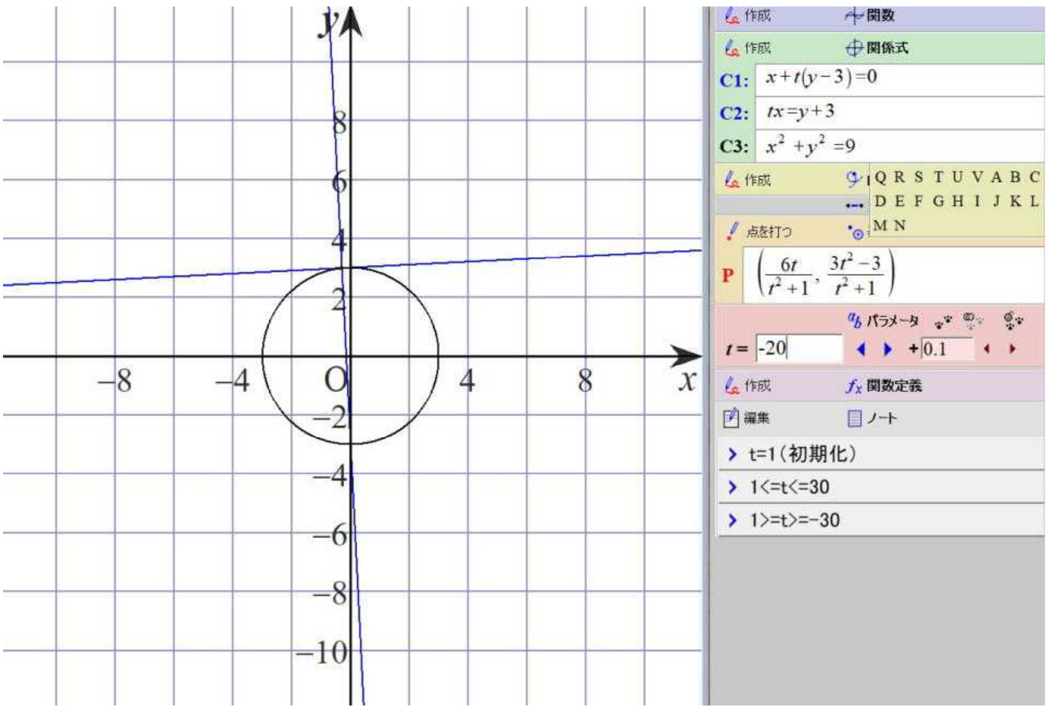
１１　２直線の交点の軌跡２

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

⑥　ｔの値が　－２　のとき



⑦　ｔの値が　－２０　のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.8
草　雲

１２　直線と放物線の交点の中点の軌跡

（１）試験問題１２

直線　ｙ＝ｍｘ　が　放物線　ｙ＝ｘ^{2}＋１　と異なる２点Ｐ、Ｑで交わるとする。
①ｍがこの条件を満たしながら変化するとき、ｍの取り得る値の範囲を求めよ。
②このとき、線分ＰＱの中点Ｍの軌跡を求めよ。

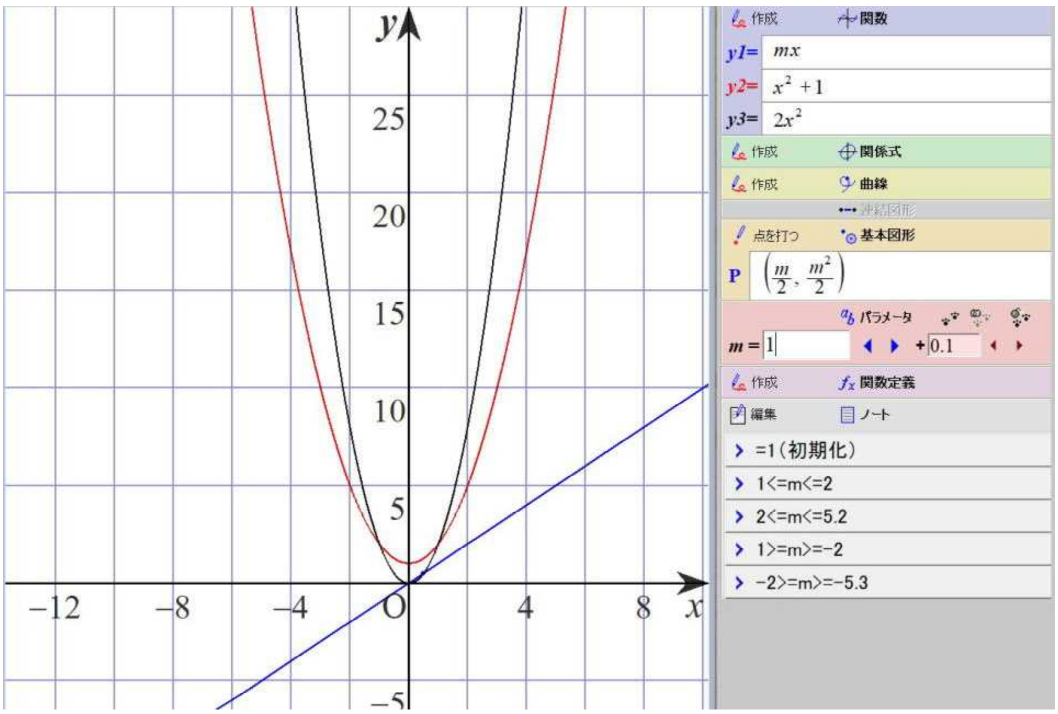
（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
２０２４年２月８日
【使用ＰＣ】
Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
自作ファイル
『直線と放物線の交点の中点の軌跡.gps』

【考察】

ｍの値を　－５．３　から　５．２　まで変化させて、直線ｙ＝ｍｘと放物線ｙ＝ｘ^{2}＋１の共有点と、交点Ｐ、Ｑの中点Ｍの軌跡を観察しました。
ｍ＝－２，ｍ＝２　のとき、直線は放物線に１点で接しました。
－１＜ｍ＜１　のとき、直線と放物線の共有点はありません。
ｍ＜－２、２＜ｍ　のとき、直線は放物線と異なる２点で交わりました。
（ｙ＝ｍｘとｙ＝ｘ^{2}＋１　を連立して、重解条件より、接するときのｍの値　－２、２が求まります。同様にして、異なる２つの実数解を持つ条件より、異なる２点で交わるときのｍの値の範囲　ｍ＜－２、２＜ｍ　が求まります。Ｐ，Ｑの中点Ｍの座標　ｘ＝ｍ／２、ｙ＝ｍ^{2}／２　より、ｙ＝２ｘ^{2}　が求まります。）
よって、中点Ｍの軌跡は、放物線　ｙ＝ｘ^{2}（ｘ＜－１，１＜ｘ）になります。

①ｍの値が　１　のとき



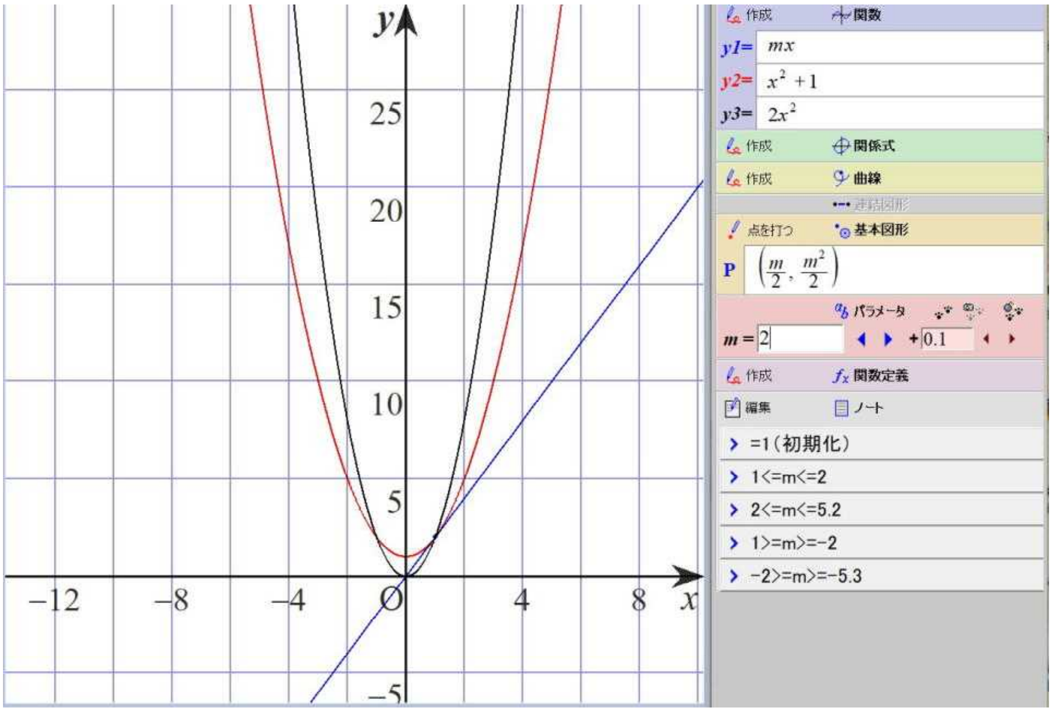
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.8
草　雲

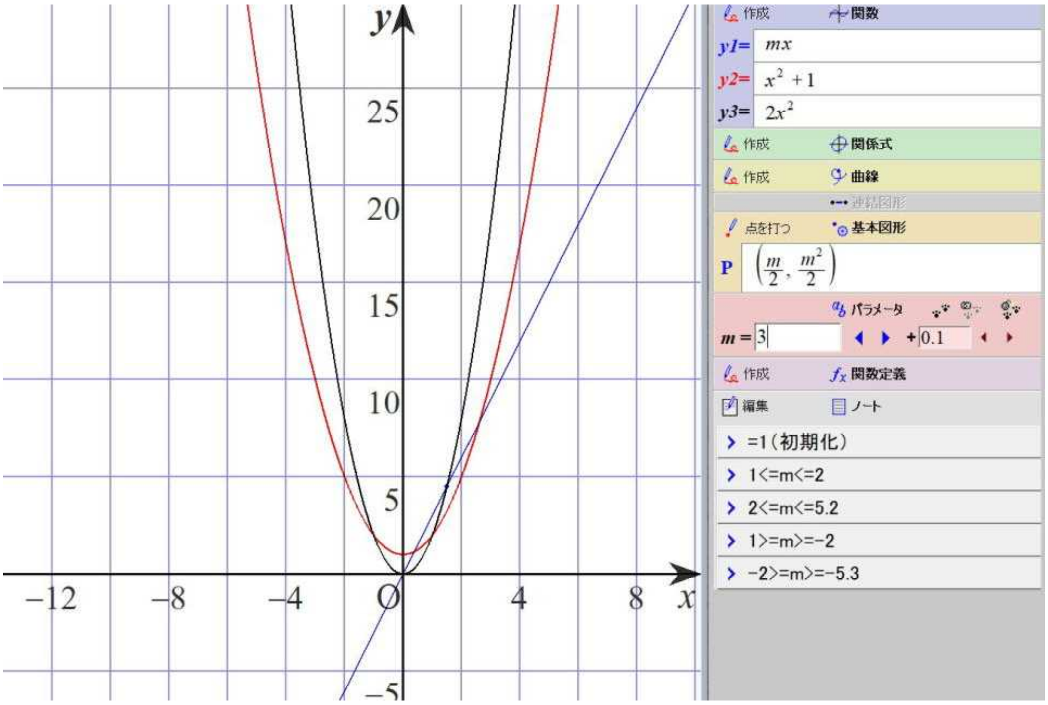
１２　直線と放物線の交点の中点の軌跡

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

② mの値が　２　のとき



③ mの値が　３　のとき



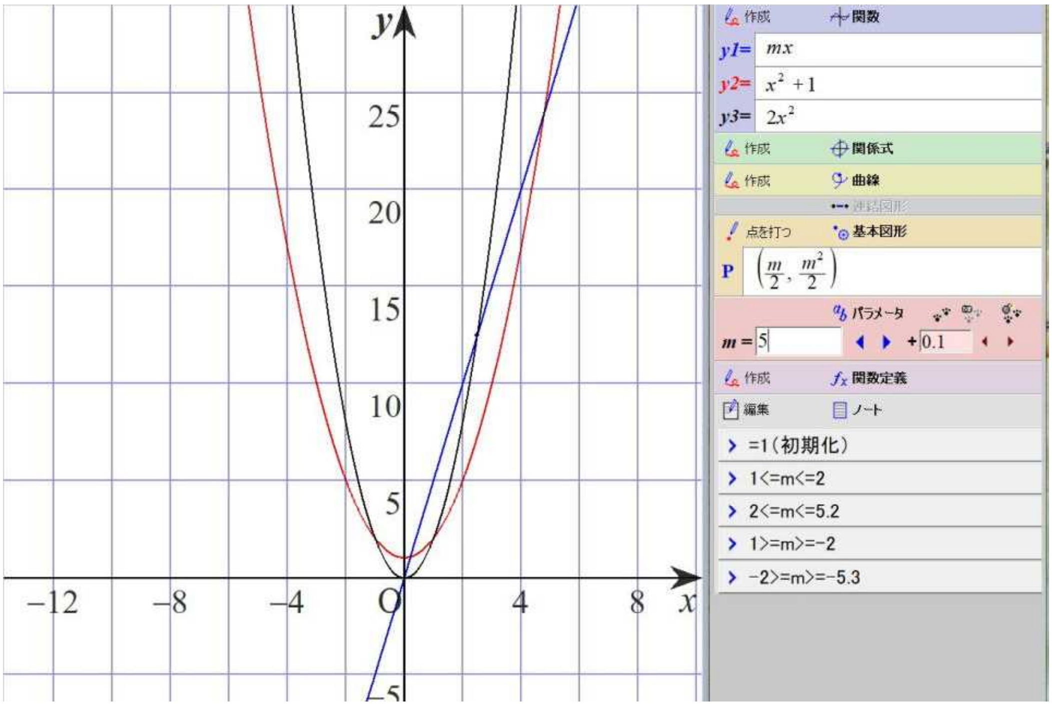
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.8
草　雲

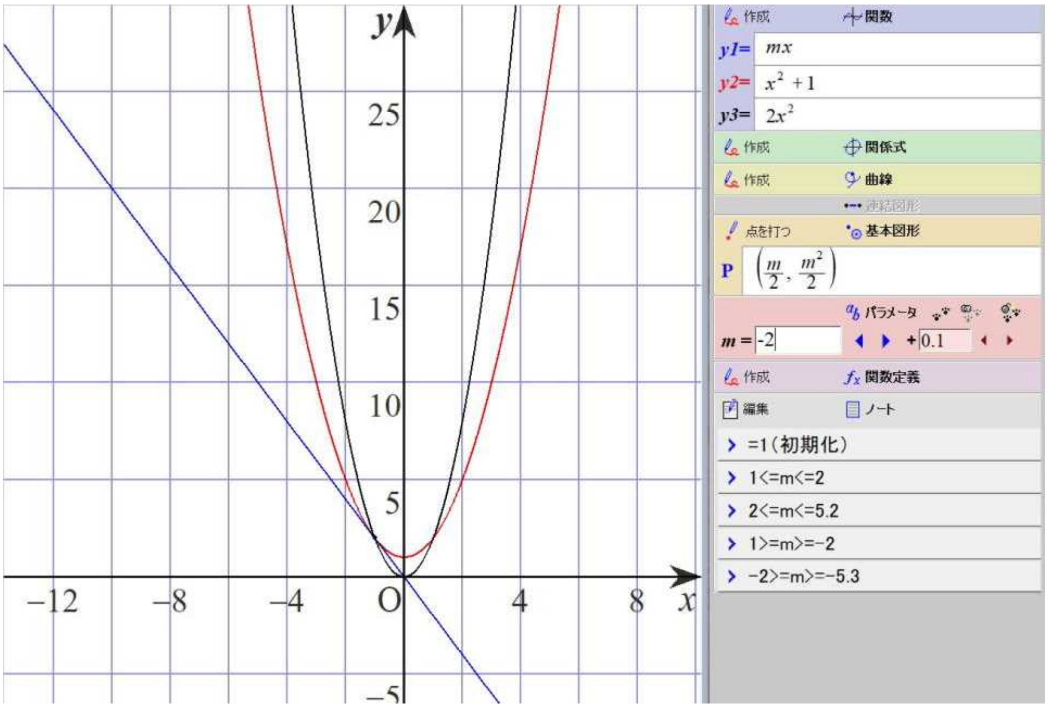
１２　直線と放物線の交点の中点の軌跡

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

④ ｍの値が ５ のとき



⑤ ｍの値が －２ のとき



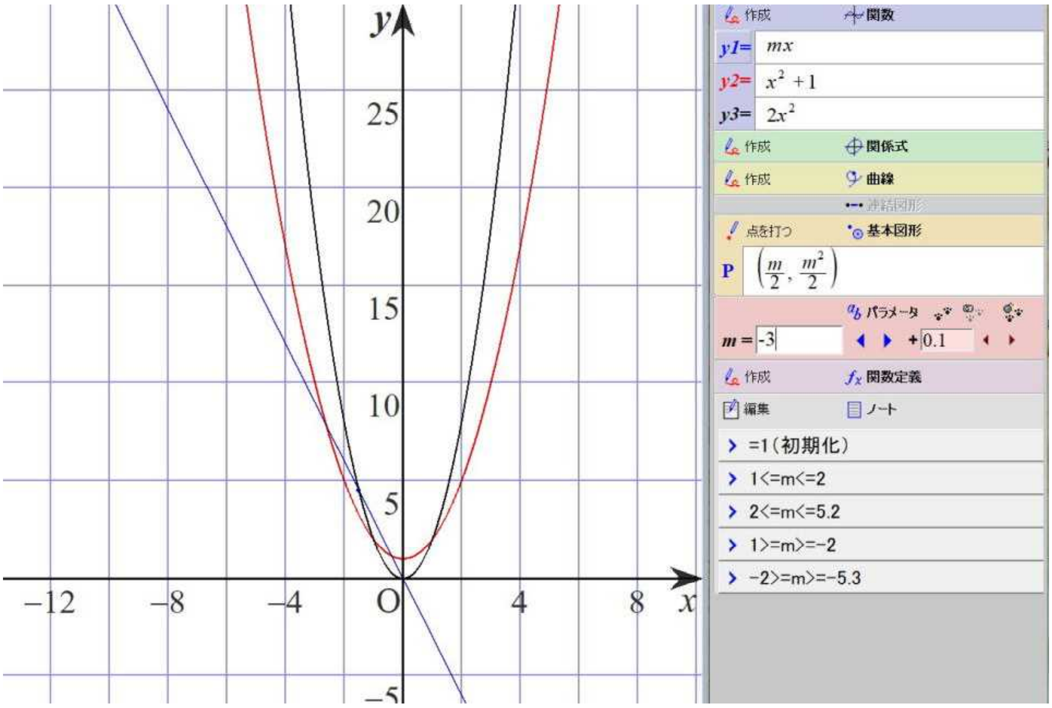
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.8
草　雲

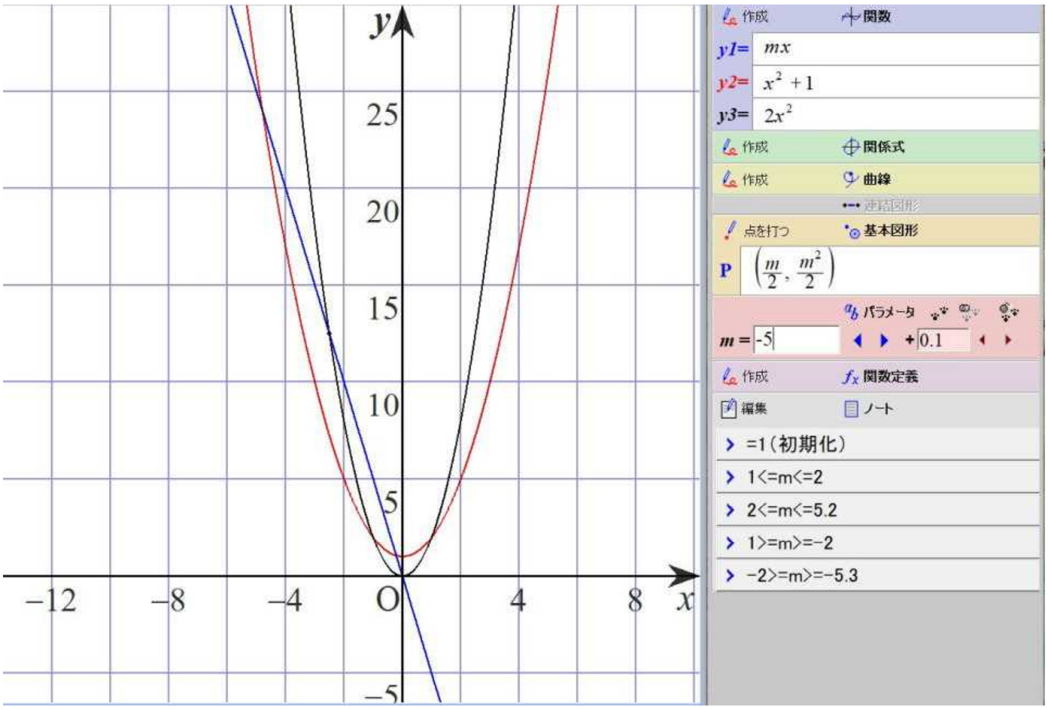
１２　直線と放物線の交点の中点の軌跡

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

⑥ mの値が －３ のとき



⑦ mの値が －５ のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.9
草　雲

１３　平行条件と垂直条件

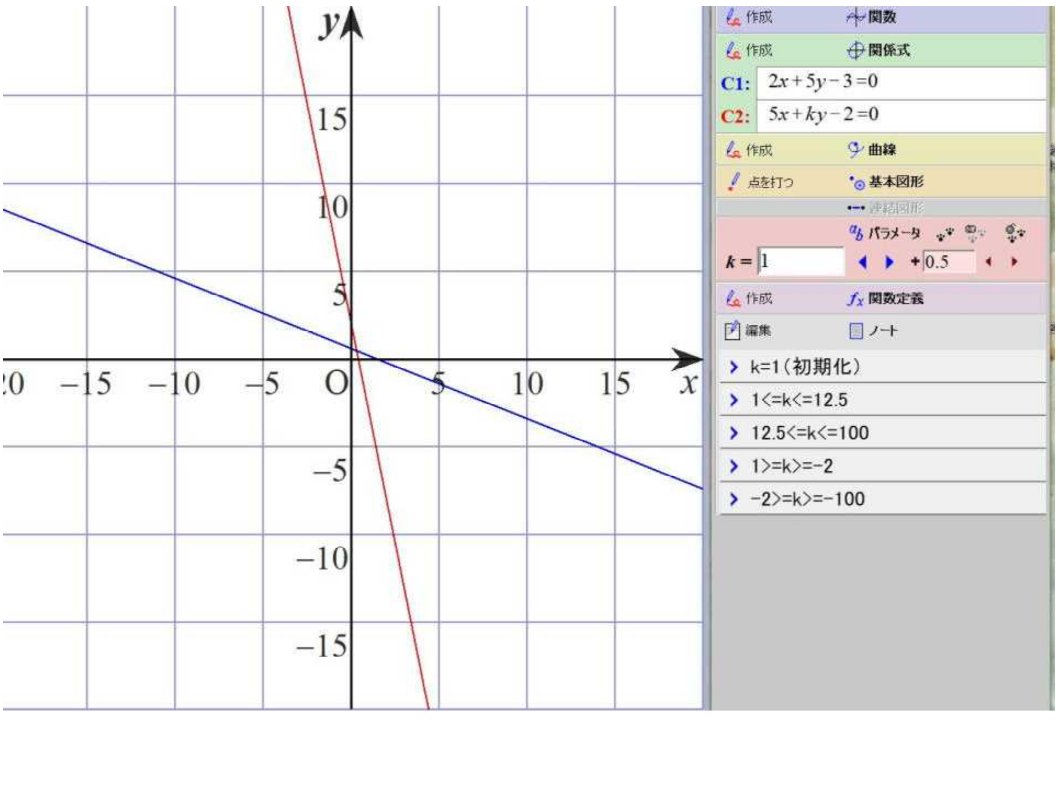
（１）試験問題１３
　２直線：２ｘ＋５ｙ－３＝０・・・①，５ｘ＋ｋｙ－２＝０・・・② が平行になるときと、垂直になるときの定数ｋの値をそれぞれ求めよ。

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月９日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　　『平行条件と垂直条件.gps』

【考察】
　ｋの値を －１００ から １００ まで変化させて、直線①と直線②の位置関係を観察しました。
　ｋ＝１２．５のとき、直線①と直線②は平行になりました。
　ｋ＝－２のとき、直線①と直線②は垂直になりました。
　また、ｋの値が１２．５以外では２直線は平行になりませんでした。
　更に、ｋの値が－２以外では２直線は垂直になりませんでした。
（一般に、２直線 ａｘ＋ｂｙ＋ｃ＝０，ｄｘ＋ｅｙ＋ｆ＝０ が平行のとき、ａｅ＝ｂｄ が成立します。垂直のときは、ａｄ＋ｂｅ＝０ が成立します。よって、平行になるのは、２ｋ＝５×５より、ｋ＝１２．５が求まります。垂直になるのは、２×５＋５ｋ＝０より、ｋ＝－２ が求まります。）

① ｋの値が １ のとき



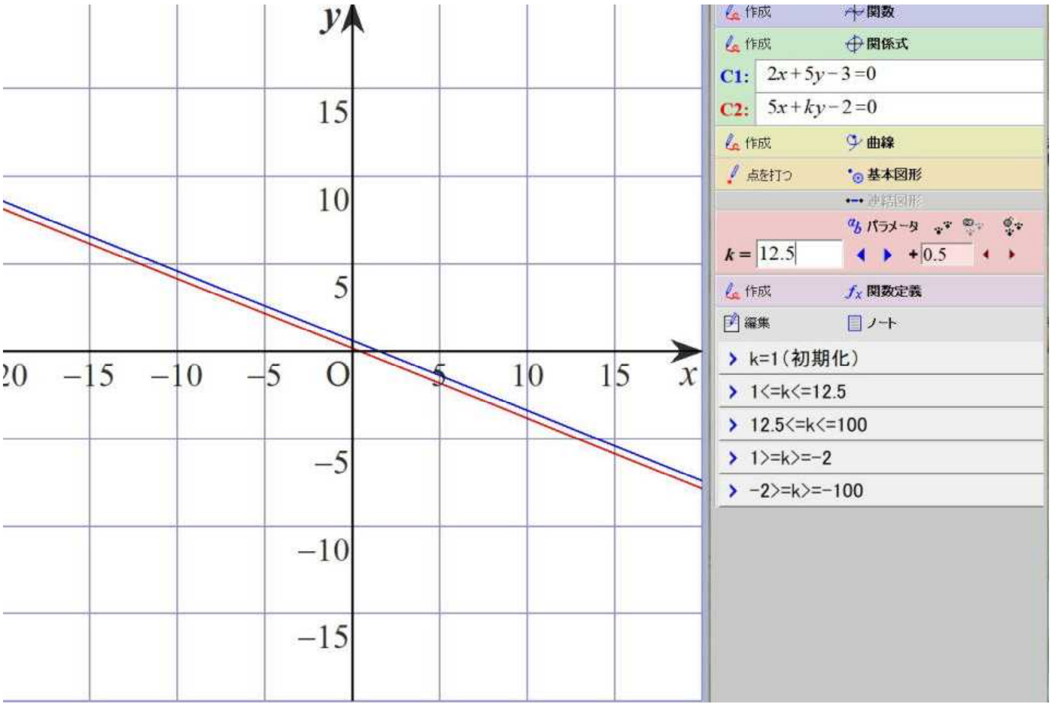
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.9
草　雲

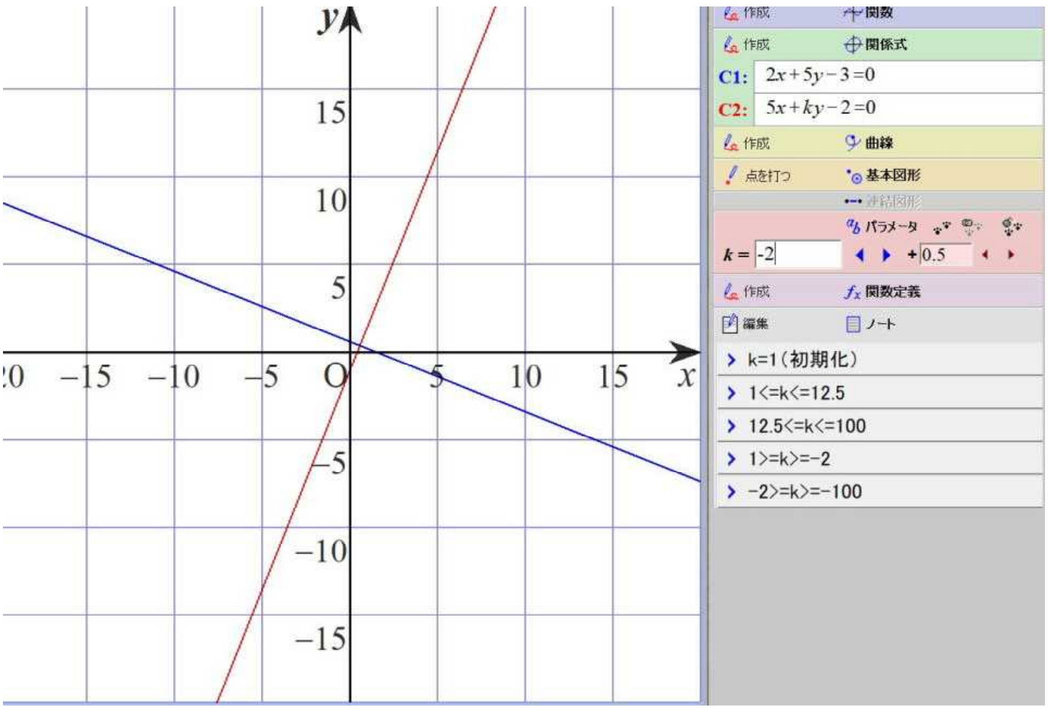
１３　平行条件と垂直条件

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

②　ｋの値が　１２．５　のとき



③　ｋの値が　－２　のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.10
草　雲

１４　３点を通る直線

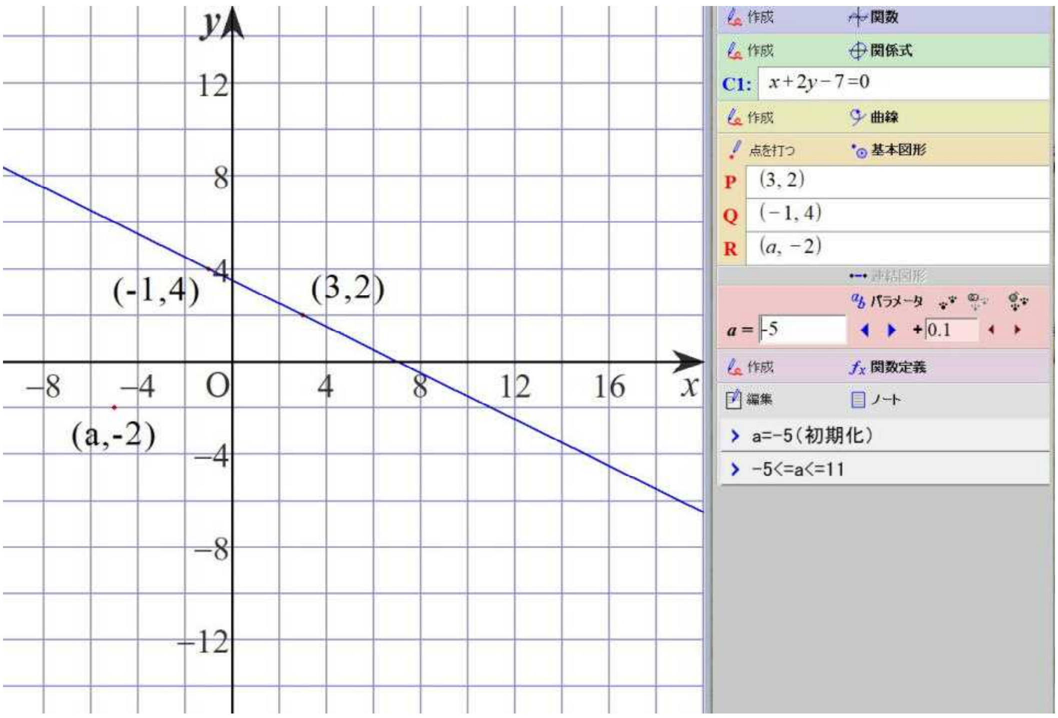
（１）試験問題１４
　３点Ａ（ａ，－２）、Ｂ（３，２）、Ｃ（－１，４）が同じ直線上にあるとき、定数ａの値を求めよ。

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月１０日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　　『３点を通る直線.gps』

【考察】
　ａの値を －５ から １１ まで変化させて、点Ａ（ａ，－２）と直線ＢＣの位置関係を観察しました。
　ａ＝１１のとき、点Ａ（ａ，－２）は、直線ＢＣ上にありました。
　よって、ａ＝１１のとき、３点Ａ、Ｂ、Ｃは同じ直線上にあります。
（２点Ｂ，Ｃを通る直線の方程式を求め、点Ａの座標 ｘ＝ａ と ｙ＝－２ がこの直線の方程式を満たすことから、代入して、ａ＝１１が求まります。）

① ａの値が －５ のとき



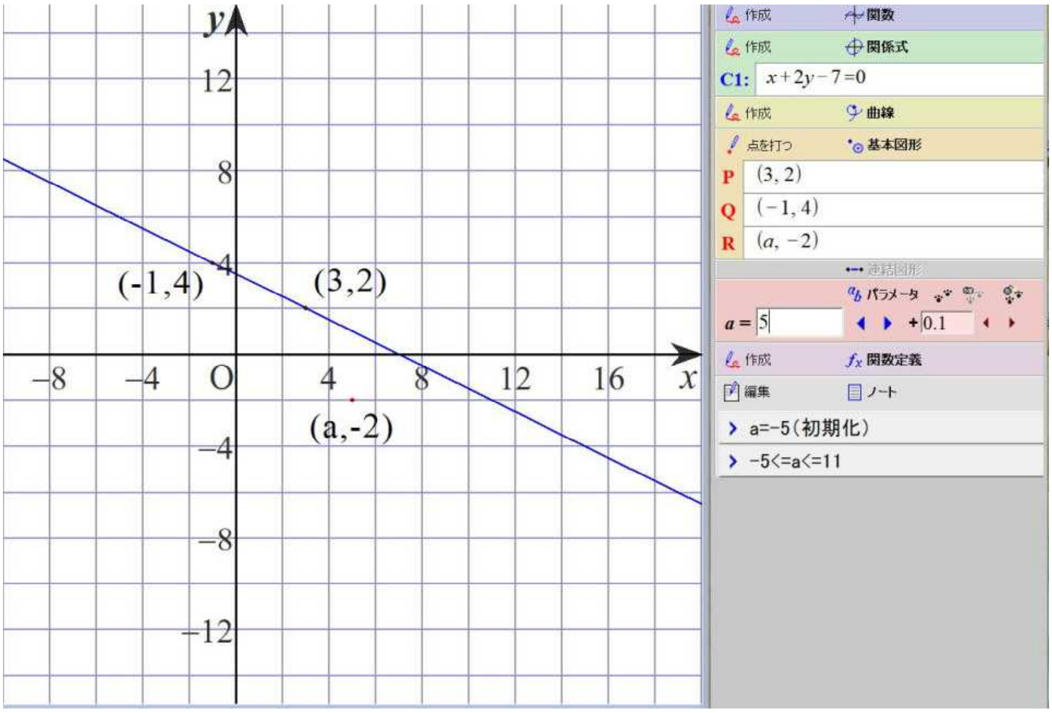
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.10
草　雲

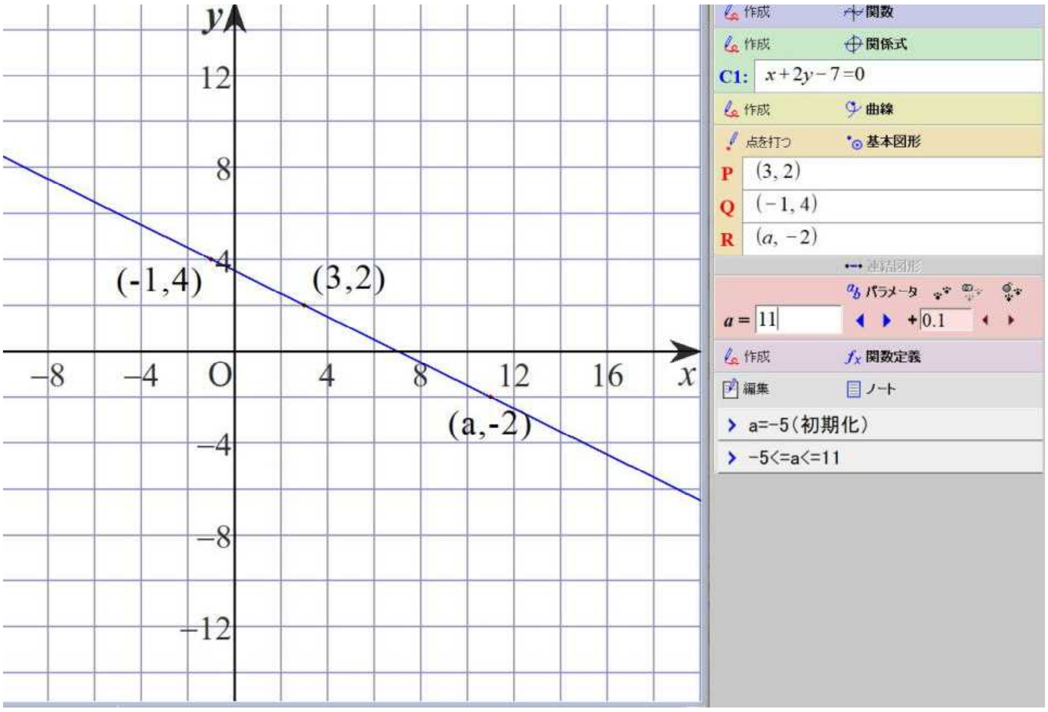
１４　３点を通る直線

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

②　a の値が　５　のとき



③　a の値が　１１　のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.11
草　雲

１５　１点を通る３直線

（１）試験問題１５

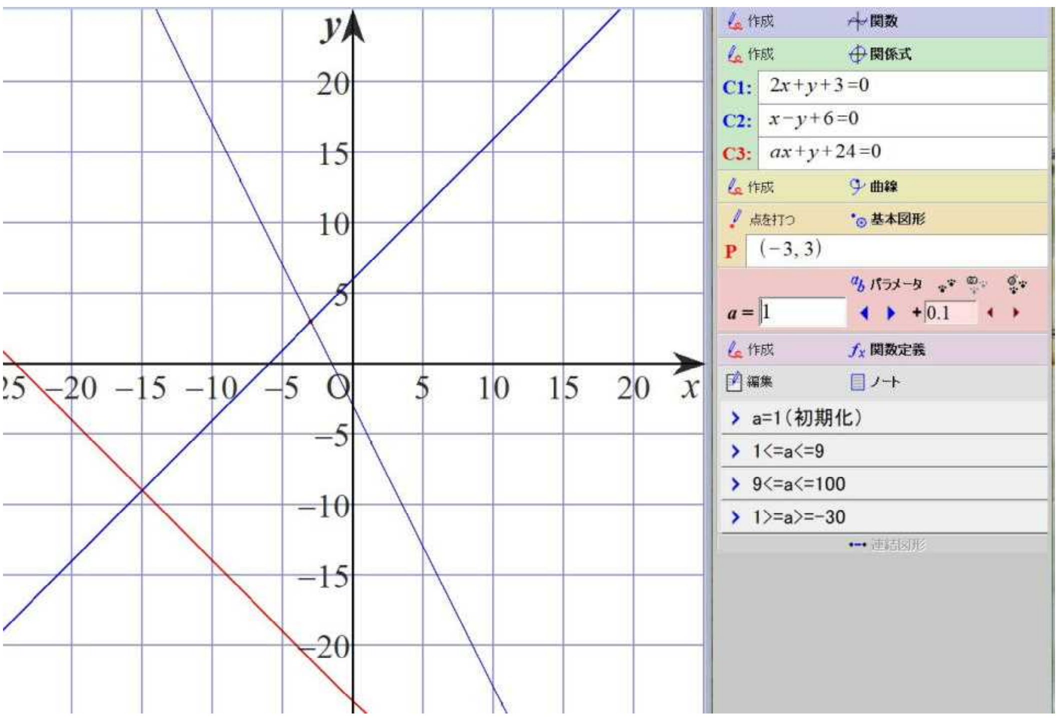
　３直線　２ｘ＋ｙ＋３＝０、ｘ－ｙ＋６＝０、ａｘ＋ｙ＋２４＝０　が１点で交わるとき、定数ａの値を求めよ。

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月１１日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　　『１点を通る３直線.gps』

【考察】
　ａの値を　－３０　から　１００　まで変化させて、３直線の交点を観察しました。
　ａ＝９のとき、３直線は１点で交わりました。
（２直線　２ｘ＋ｙ＋３＝０、ｘ－ｙ＋６＝０　の交点を求め、この交点の座標ｘ＝－３、ｙ＝３が直線ａｘ＋ｙ＋２４＝０を満たすことから、代入して、ａ＝９が求まります。）

①　ａの値が　１　のとき



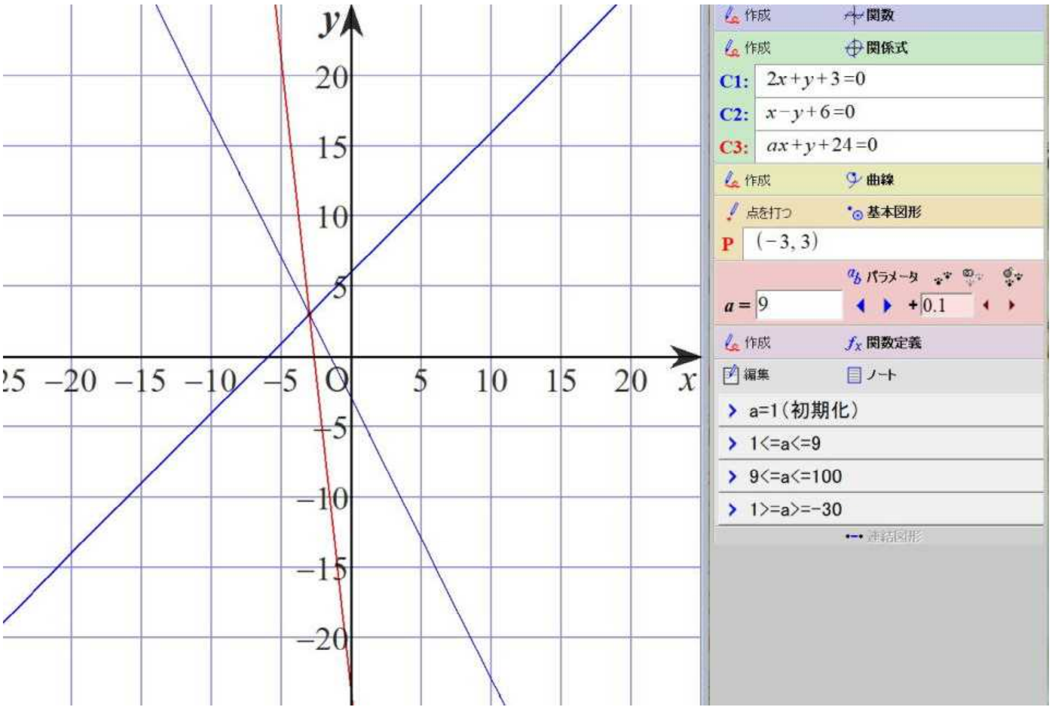
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.11
草　雲

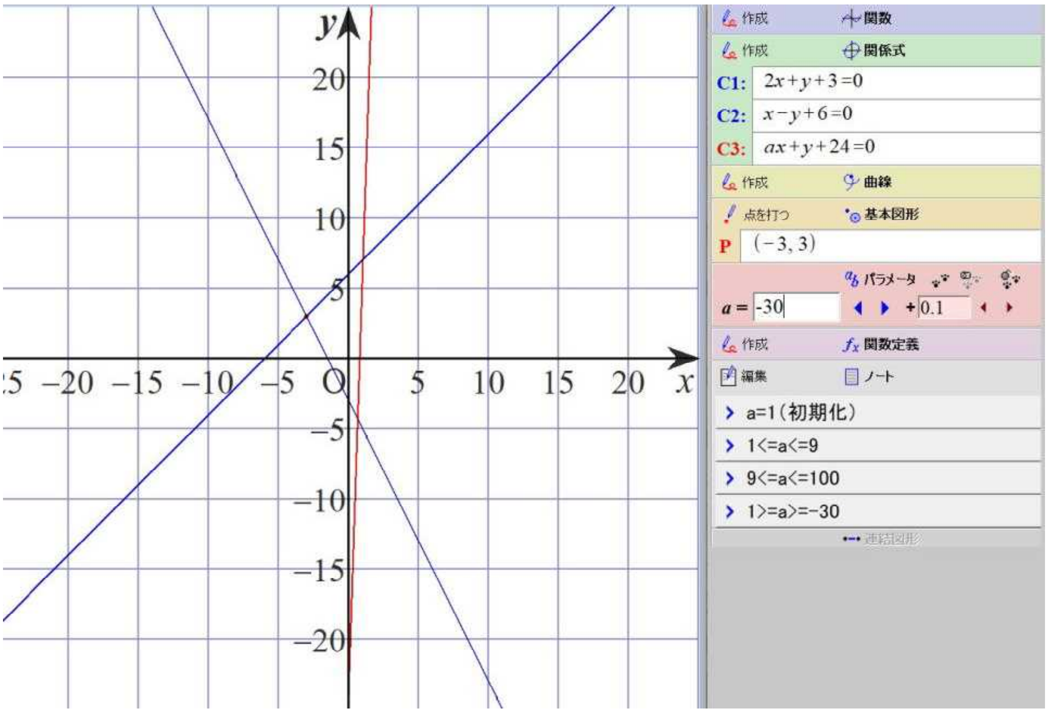
１５　１点を通る３直線

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

② ａの値が　９　のとき



③ ａの値が　－３０　のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.12
草　雲

１６　ｘ軸とｙ軸の両方に接する円

（１）試験問題１６
　直線　ｙ＝－４ｘ＋５　上に中心があり、ｘ軸とｙ軸の両方に接する円①の方程式を求めよ。

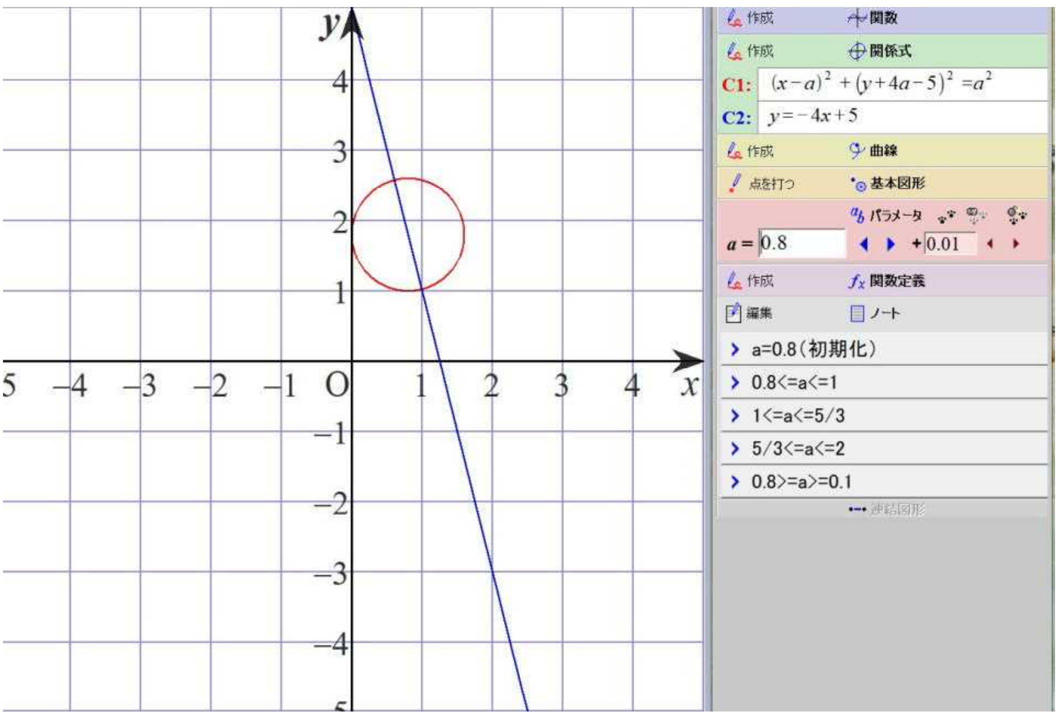
（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月１２日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　『ｘ軸とｙ軸の両方に接する円.gps』

【考察】
　ａの値を　０．１　から　２　まで変化させて、円①とｘ軸とｙ軸の位置関係を観察しました。
　ａ＝１　のとき、円①は第１象限にあって、ｘ軸とｙ軸の両方に接しました。
　ａ＝５／３　のとき、円①は第４象限にあって、ｘ軸とｙ軸の両方に接しました。
（第１象限にある円の中心の座標は（ａ，－４ａ＋５）で、ｘ軸とｙ軸の両方に接することから、ａ＝－４ａ＋５　が成立します。よって、ａ＝１が求まります。）
　第４象限にある円の中心の座標は（ａ，－４ａ＋５）で、ｘ軸とｙ軸の両方に接することから、ａ＝－（－４ａ＋５）　が成立します。よって、ａ＝５／３が求まります。）

$$(x-1)^2+(y-1)^2=1\ ,\quad \left(x-\frac{5}{3}\right)^2+\left(y+\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}$$　になります。

①　ａの値が　０．８　のとき



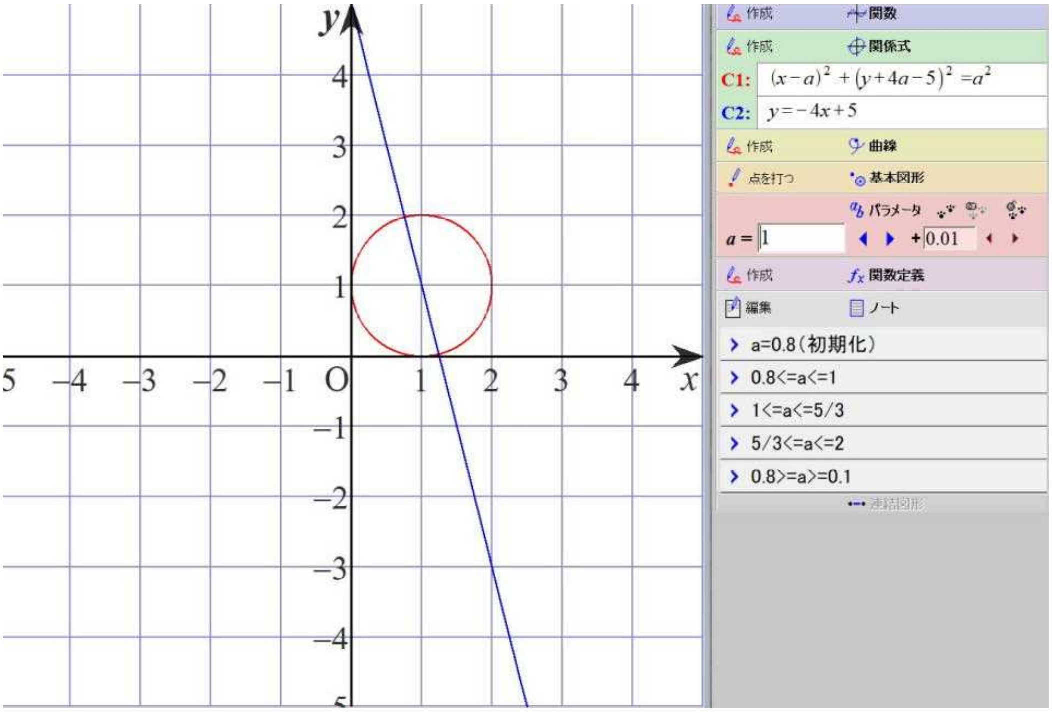
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.12
草　雲

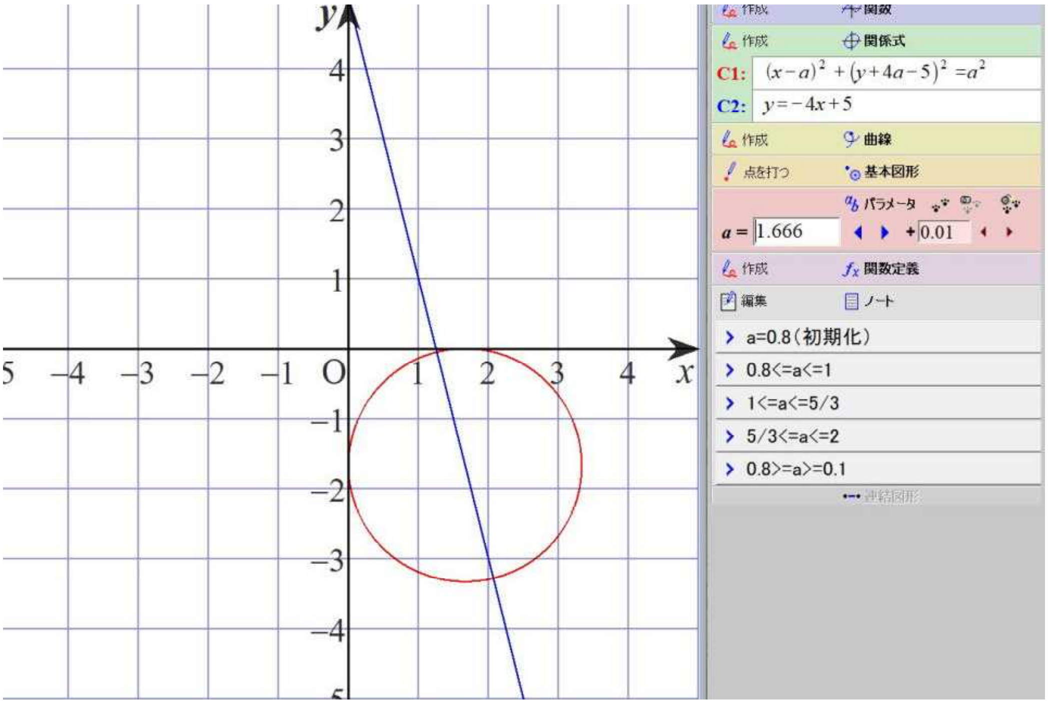
１６　ｘ軸とｙ軸の両方に接する円

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

② ａの値が　１　のとき



③ ａの値が　５／３　のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.12
草　雲

１７　定点を通り円に接する直線

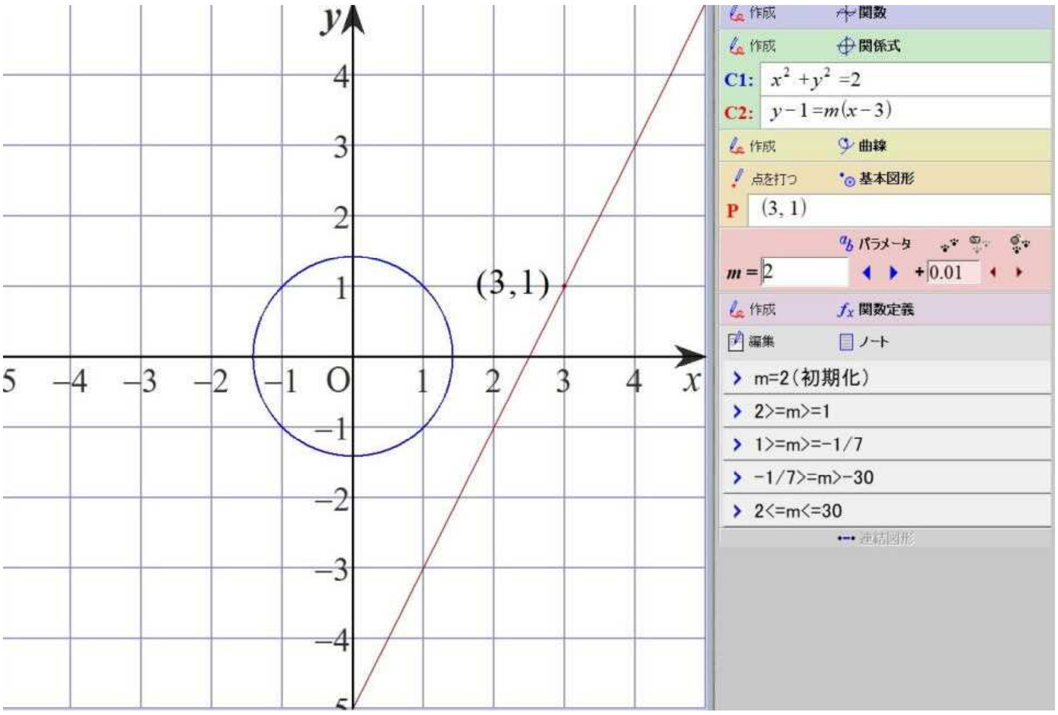
（１）試験問題１７
　点（３，１）を通り、円Ｃ：$x^2+y^2=2$ に接する直線Ｌの方程式と、そのときの接点の座標を求めよ。

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月１２日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　　『定点を通り円に接する直線.gps』

【考察】
　ｍの値を －３０ から ３０ まで変化させて、円Ｃと直線Ｌの位置関係を観察しました。
　ｍ＝１ のとき、直線Ｌは円Ｃに接しました。
　ｍ＝１／７ のとき、直線Ｌは円Ｃに接しました。
（接点の座標を（x_1，y_1）とおくと、円Ｃの接線の方程式は、L_1：$x_1x+y_1y=2$ となります。接線L_1は（３，１）を通るので、$3x_1+y_1=2$･･･① を満します。また、接点（x_1，y_1）は、円Ｃ上の点なので、$x_1^2+y_1^2=2$･･･② を満たします。
①と②を連立して解くと、$x_1=1$、$y_1=-1$ と $x_1=1/5$、$y_1=7/5$ が求まります。）
　よって、 $x-y=2$ ，$x+7y=10$ になります。

① ｍの値が ２ のとき



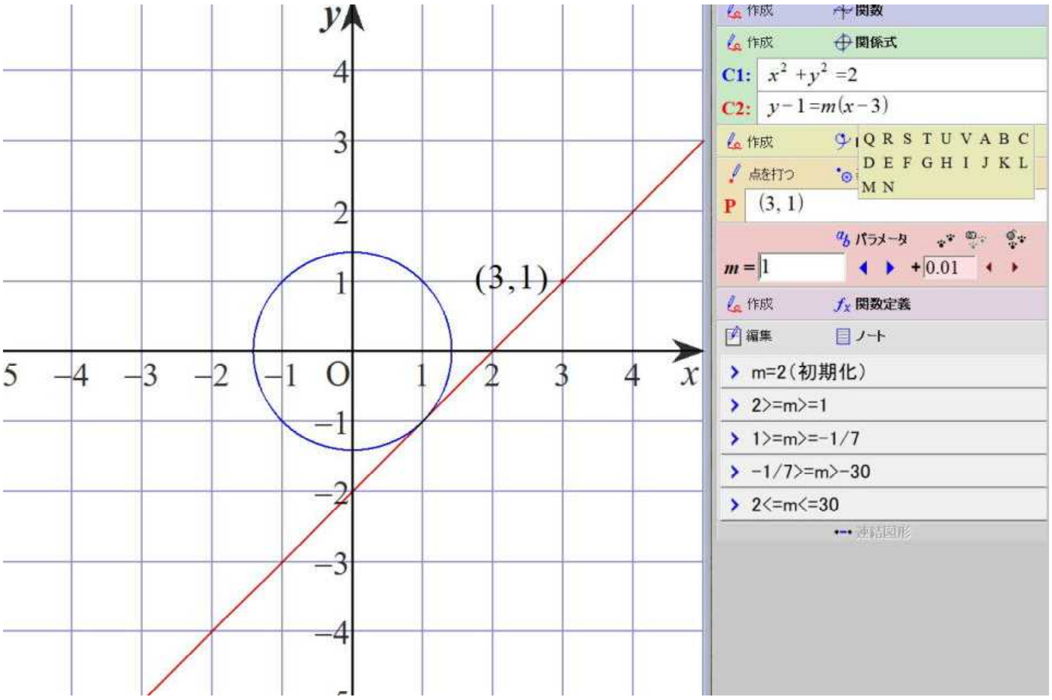
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.12
草　雲

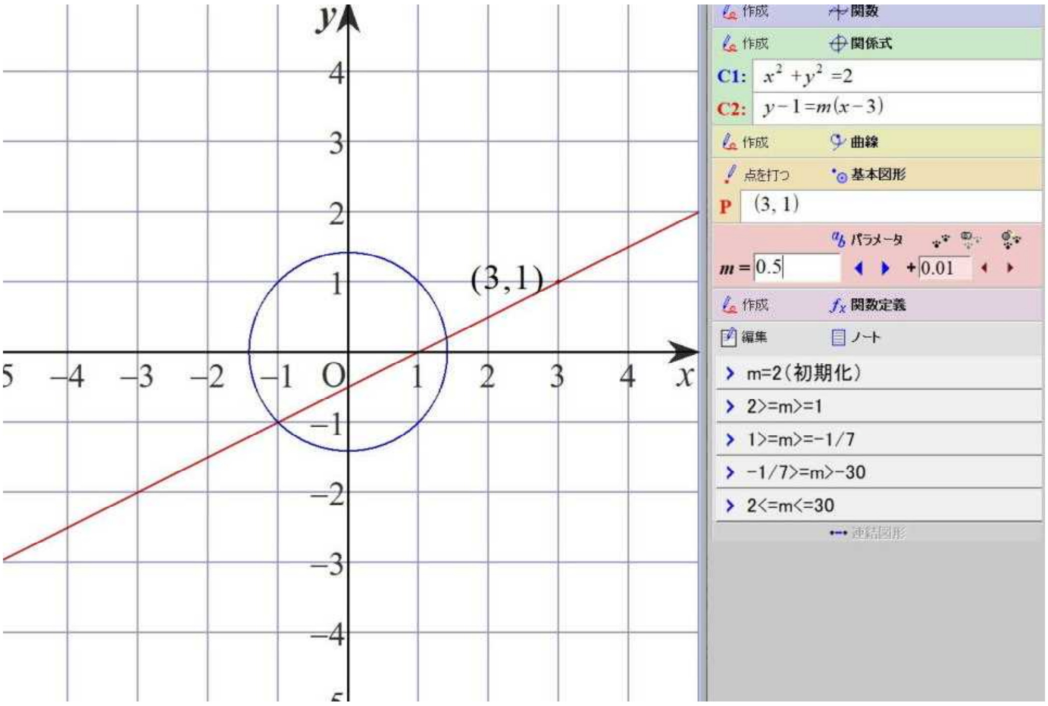
１７　定点を通り円に接する直線

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

② ｍの値が　１　のとき



③ ｍの値が　０．５　のとき



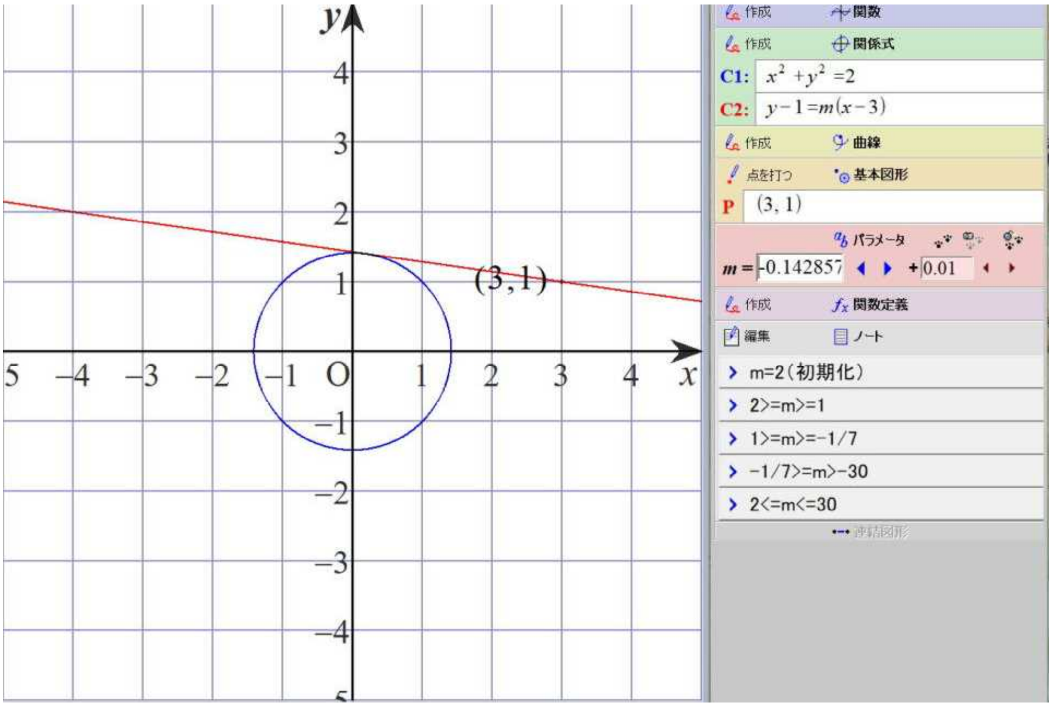
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.12
草　雲

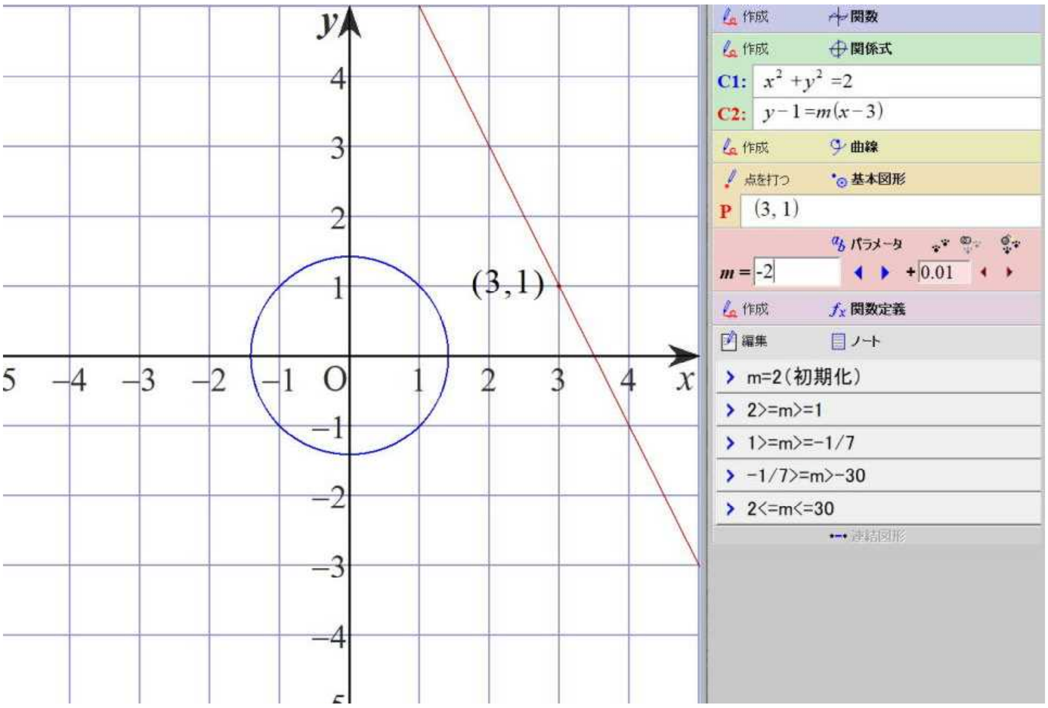
１７　定点を通り円に接する直線

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

④ ｍの値が －１／７ のとき



⑤ ｍの値が －２ のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.13
草　雲

１８　２次関数の最小値

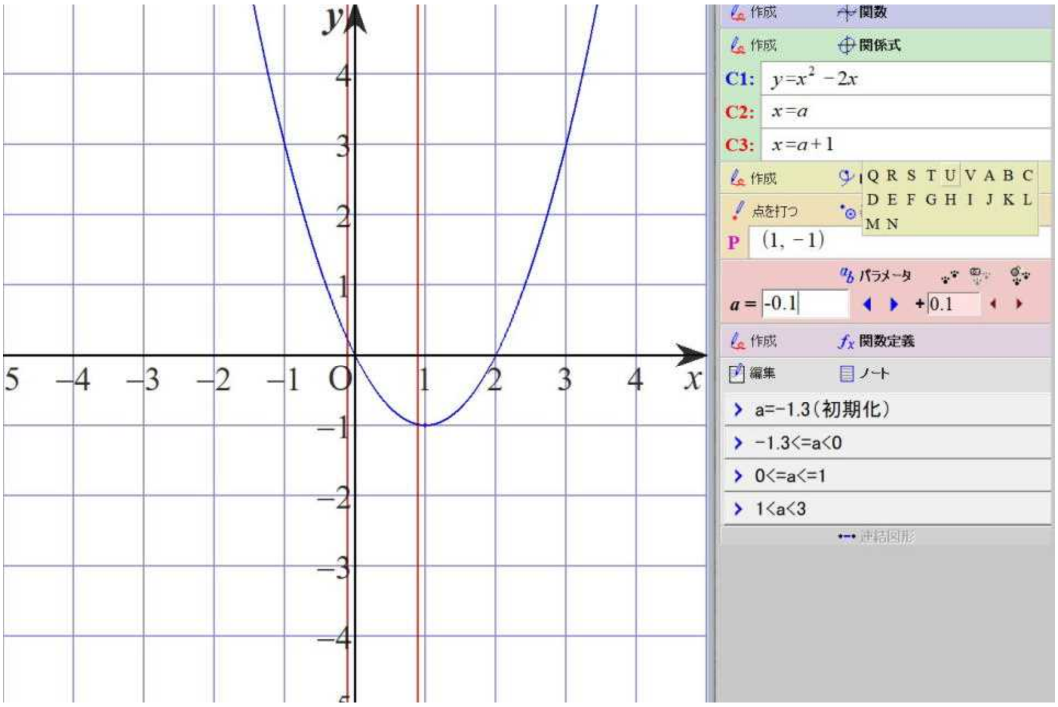
（１）試験問題１８
　２次関数　ｙ＝ｘ²－２ｘ（ａ≦ｘ≦ａ＋１）の最小値を求めよ。

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月１３日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　『２次関数の最小値.gps』

【考察】
　ａの値を －１．３ から ３ まで変化させて、２次関数の最小値を観察しました。
　ａ＜０ のとき、ｘ＝ａ＋１ で最小値となりました。
　０≦ａ≦１ のとき、頂点で最小値となりました。
　１＜ａ のとき、ｘ＝ａ で最小値となりました。
　よって、
　ａ＜０ のとき、ｘ＝ａ＋１ で 最小値ａ²－１になります。
　０≦ａ≦１ のとき、頂点で 最小値 －１ になります。
　１＜ａ のとき、ｘ＝ａ で 最小値 ａ²－２ａ になります。

① ａの値が －０．１ のとき



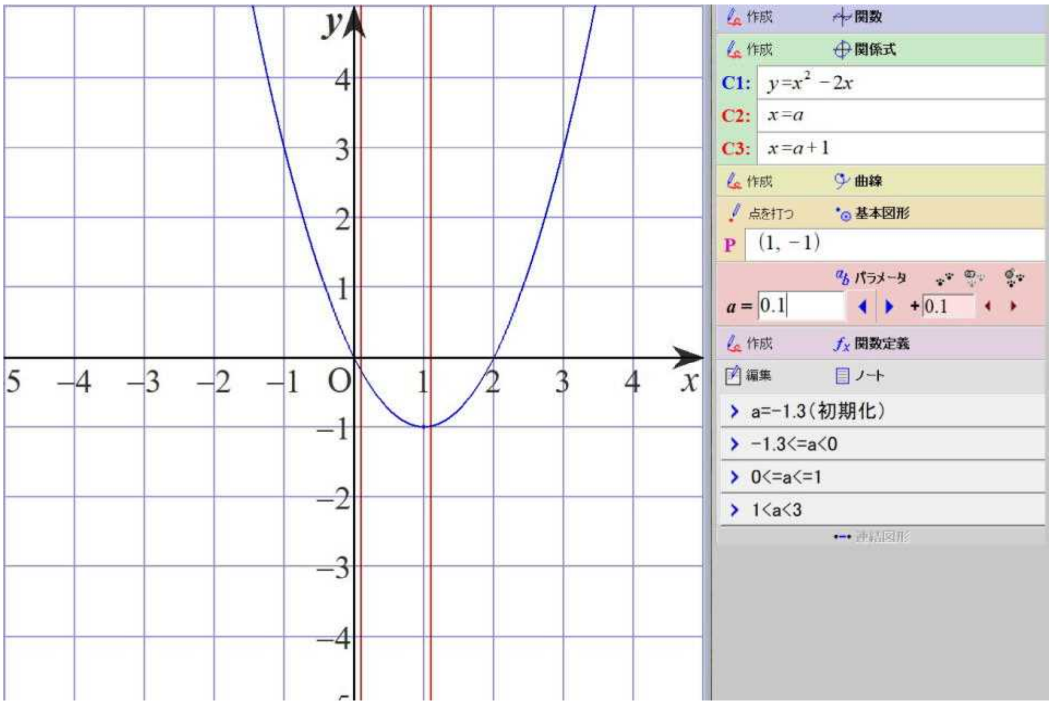
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.13
草　雲

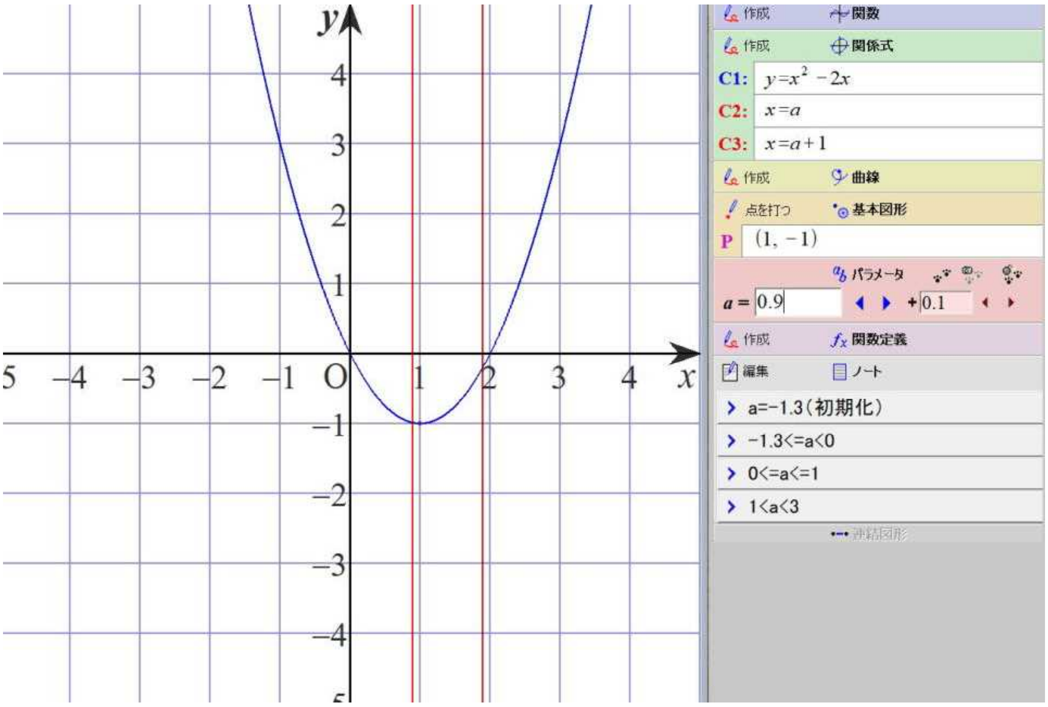
１８　２次関数の最小値

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

② ａの値が ０．１ のとき



③ ａの値が ０．９ のとき



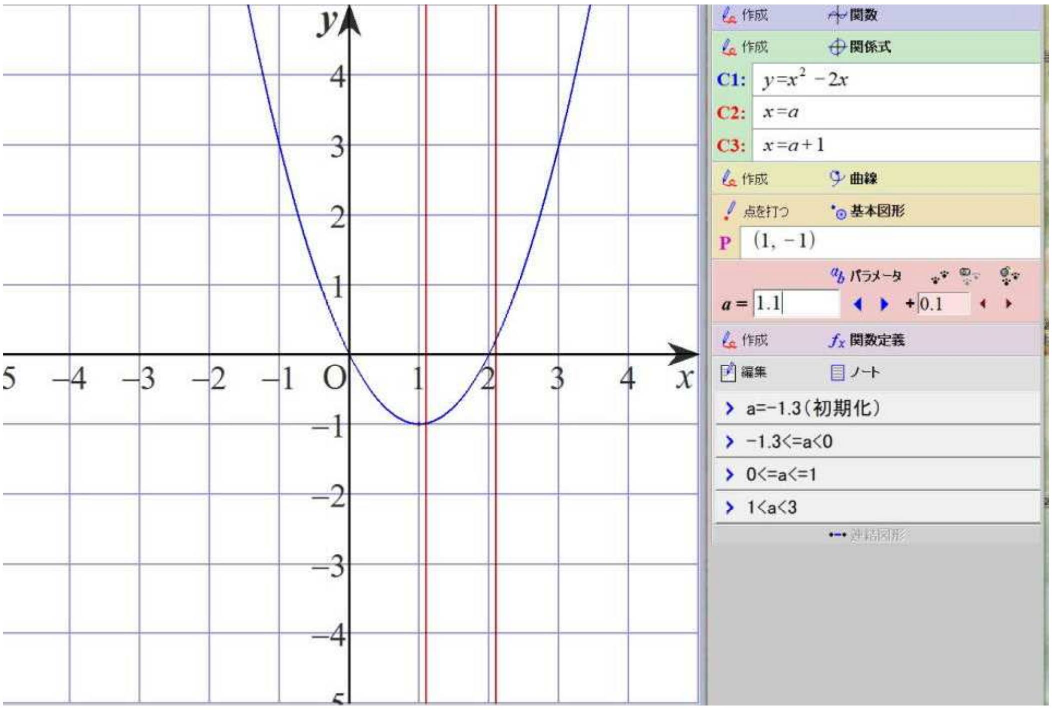
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.13
草　雲

１８　２次関数の最小値

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

④ ａの値が １． １ のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.14
草　雲

１９　３次不等式の証明

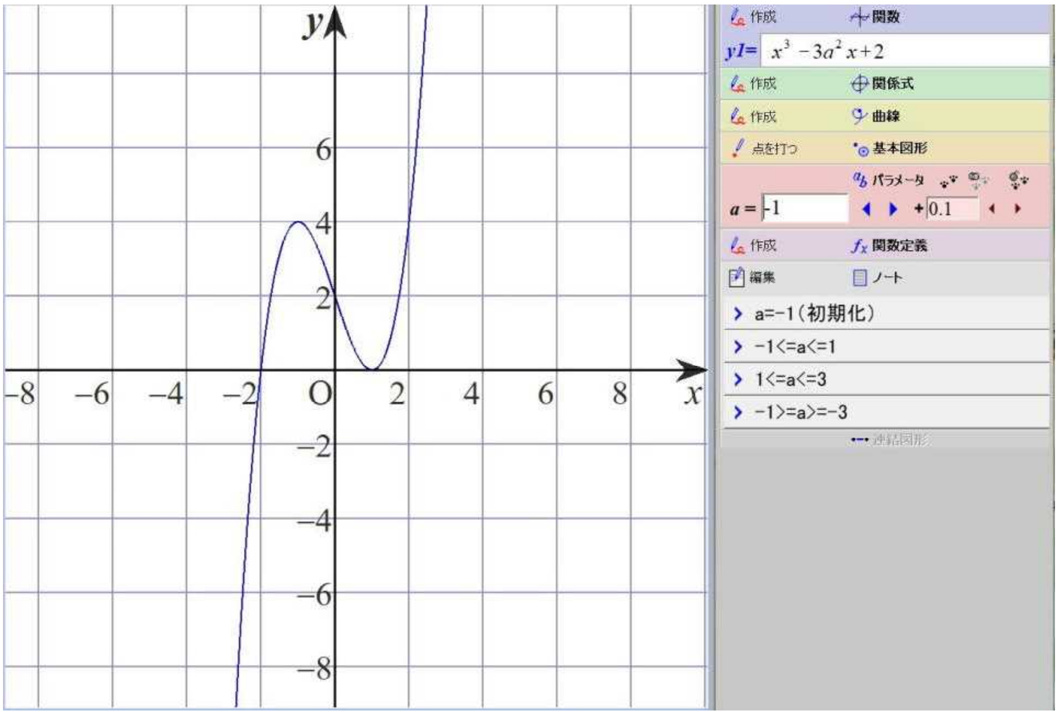
（１）試験問題１９
　　x≧０　の全てのｘについて、
　　３次不等式　$x^3-3a^2x+2>0$　が成り立つような、定数ａの値の範囲を求めよ。

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月１４日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　『３次不等式の証明.gps』

【考察】
　ａの値を　－３　から　３　まで変化させて、３次関数　$y=x^3-3a^2x+2$のグラフを観察しました。
　－１＜ａ＜１　のとき、３次関数　$y=x^3-3a^2x+2$のグラフは、ｘ≧０　の全てのｘについて、ｘ軸より上側にありました。
（ｘ≧０における　３次関数　$y=x^3-3a^2x+2$の極小値（最小値）が０より大きいことから、－１＜ａ＜１が求まります。）
　よって、
　　－１＜ａ＜１　になります。

①　ａの値が　－１　のとき



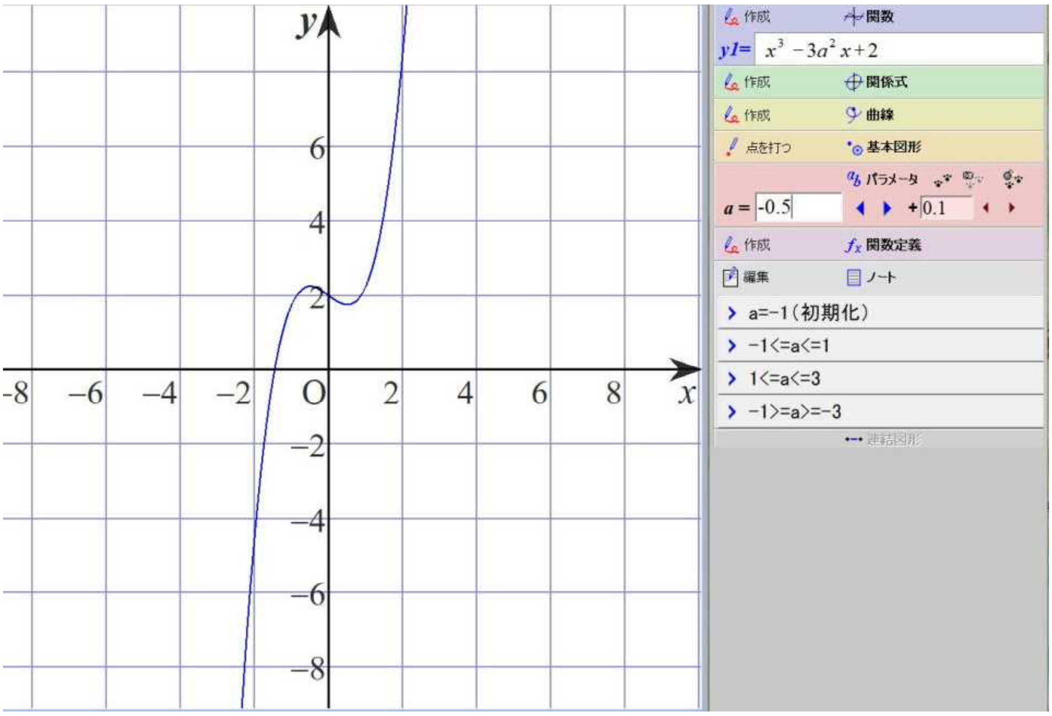
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.14
草　雲

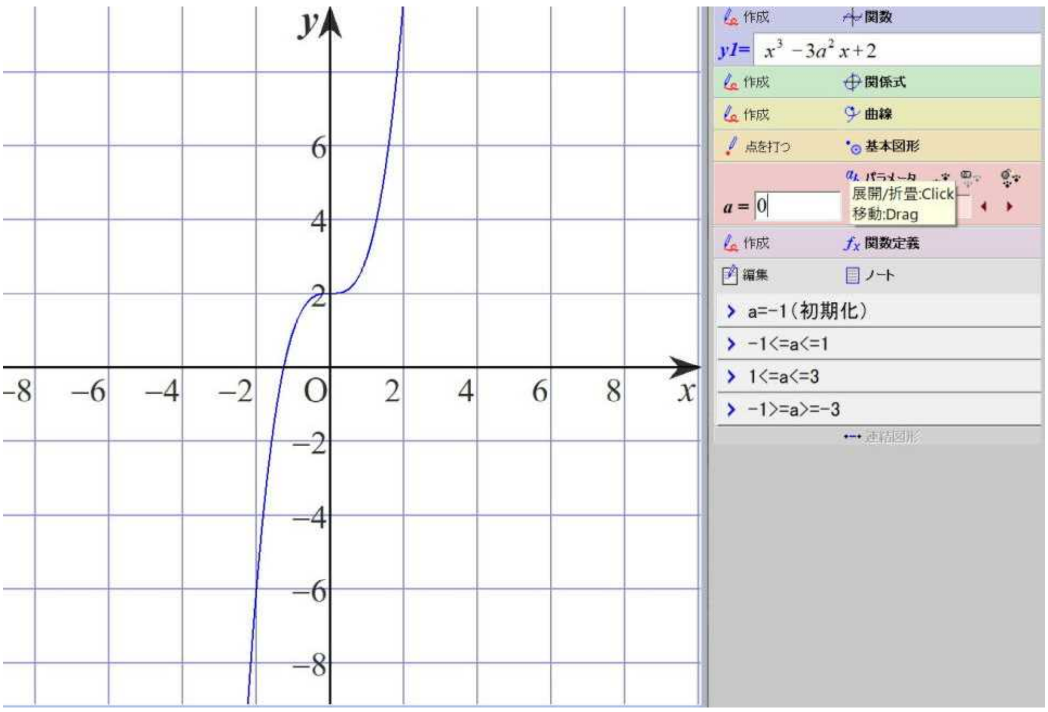
１９　３次不等式の証明

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

②　ａの値が　－０．５　のとき



③　ａの値が　０　のとき



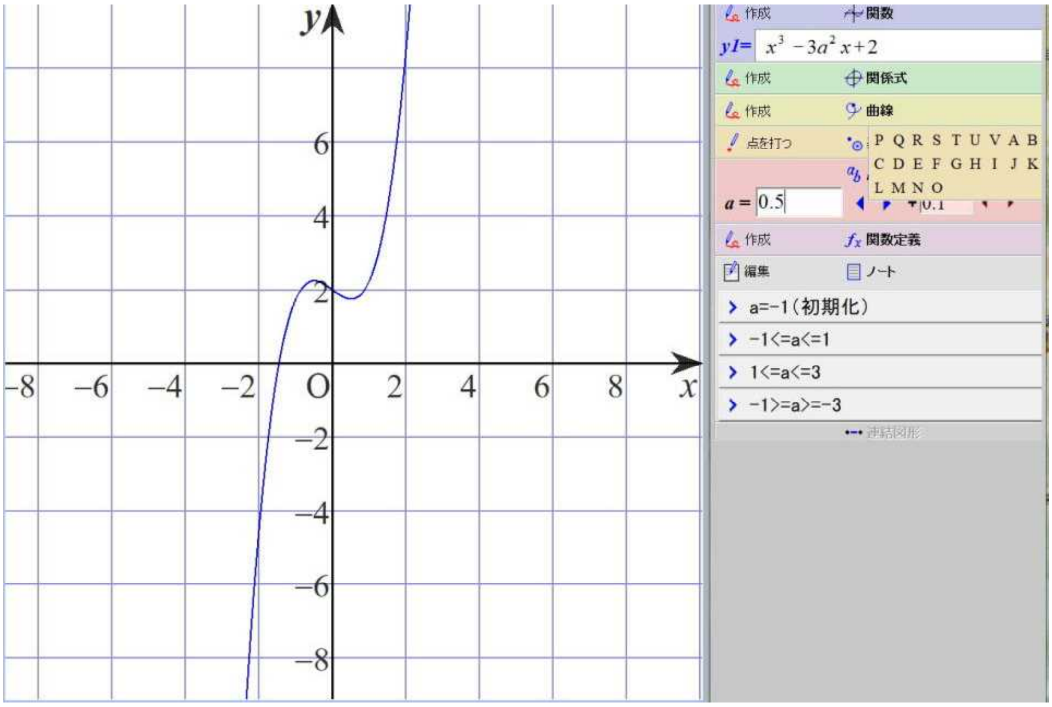
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.14
草　雲

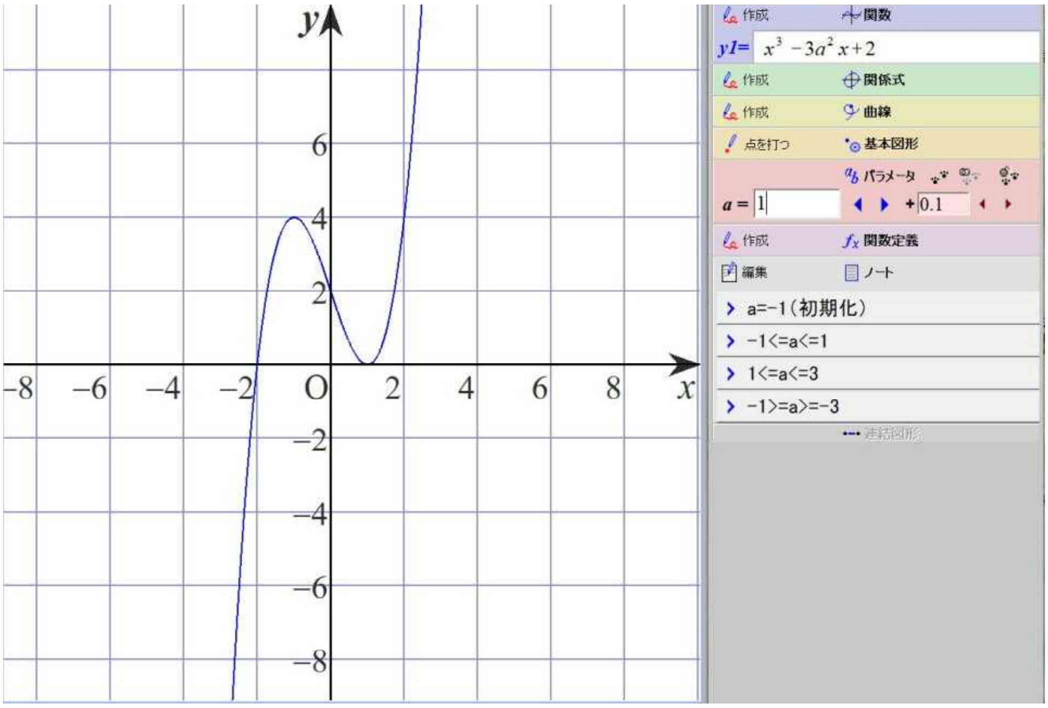
１９　３次不等式の証明

（２）実験結果（Ｇｒａｐｅｓ版シミュレーション）

④　ａの値が　０．５　のとき



⑤　ａの値が　１　のとき



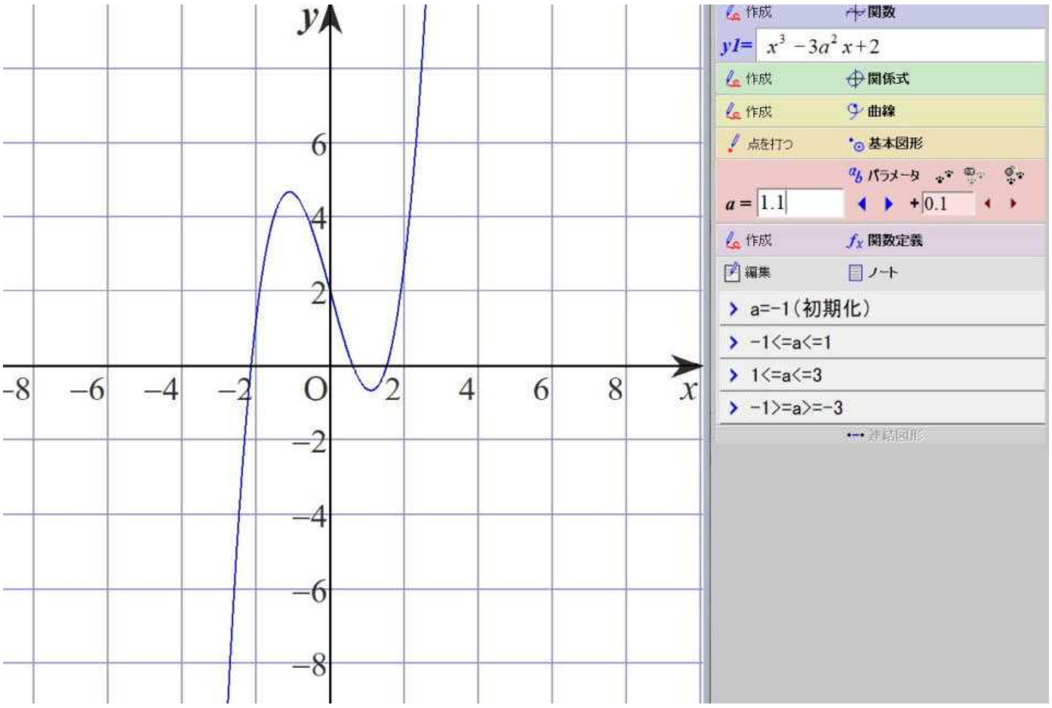
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.14
草　雲

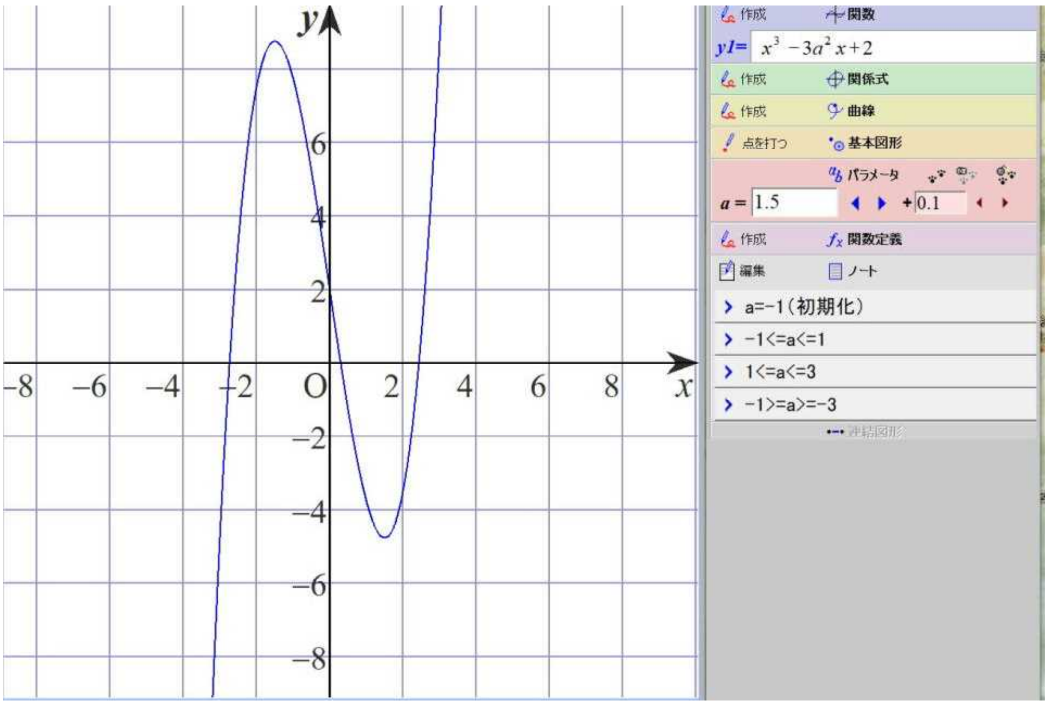
１９　３次不等式の証明

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

⑥ ａの値が １．１ のとき



⑦ ａの値が １．５ のとき



おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.15
草　雲

２０　絶対値のグラフ

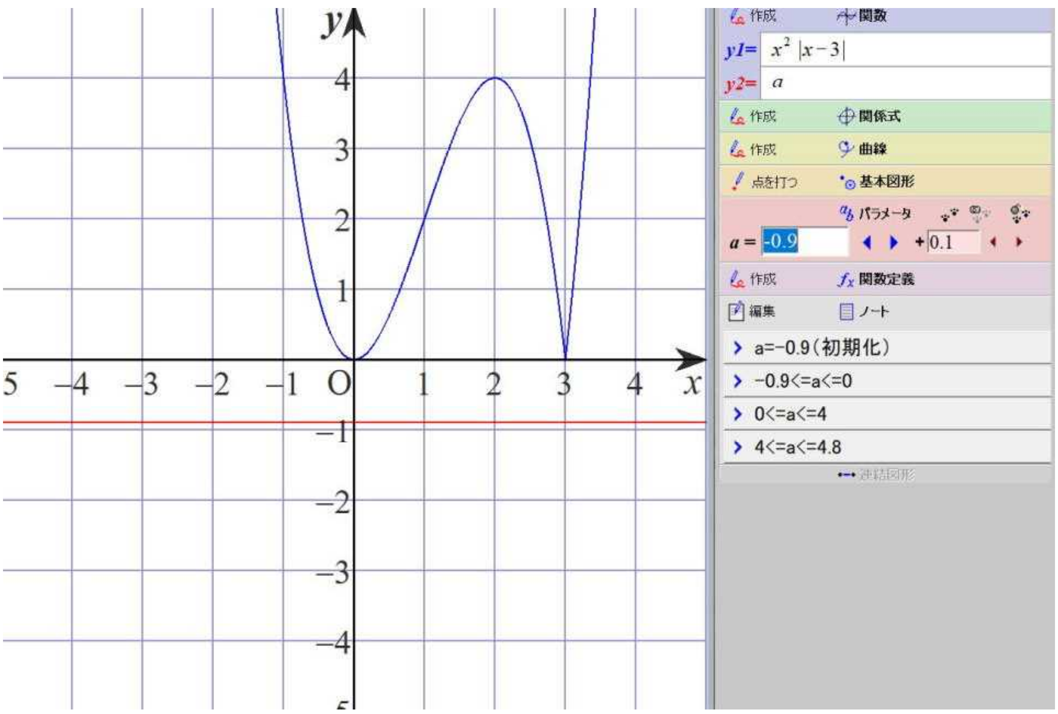
（１）試験問題２０
　　ａを定数とする。
　　方程式ｘ^{2}｜ｘ－３｜＝ａ　の解の個数を求めよ。

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

【実験日】
　２０２４年２月１５日
【使用ＰＣ】
　Ｌａｖｉｅ　ＮＸ８５０／Ｎ
【使用ＧＲＡＰＥＳ】
　ＧＲＡＰＥＳ　７．８４
【使用スクリプト】
　自作ファイル
　　『絶対値のグラフ.gps』

【考察】
　ａの値を －０．９ から ４．８ まで変化させて、 ｙ＝ｘ^{2}｜ｘ－３｜･･･① と ｙ＝ａ･･･② のグラフを観察しました。
　ａ＜０ のとき、①と②のグラフの共有点はありませんでした。
　ａ＝０ のとき、①と②のグラフの共有点の個数は２個でした。
　０＜ａ＜４ のとき、①と②のグラフは４つの点で交わりました。
　ａ＝４ のとき、①と②のグラフの共有点の個数は３個でした。
　ａ＞４ のとき、①と②のグラフは２つの点で交わりました。
　よって、
　　ａ＜０のとき０個、ａ＝０のとき２個、０＜ａ＜４のとき４個、
　ａ＝４のとき３個、ａ＞４のとき２個 になります。

① ａの値が －０．９ のとき



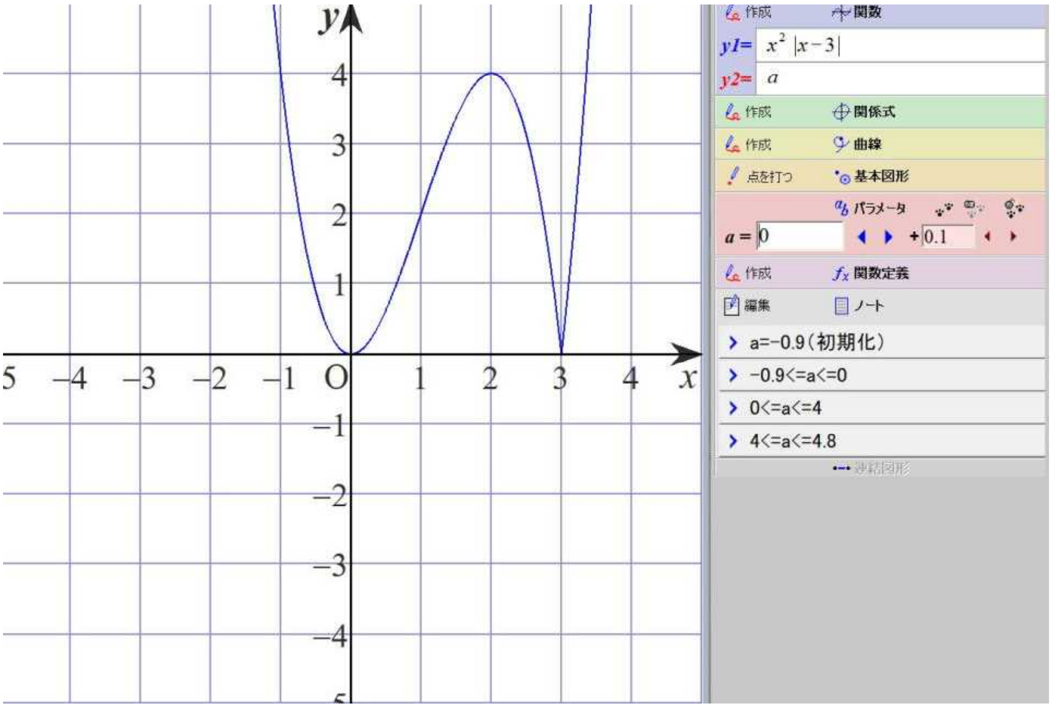
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.15
草　雲

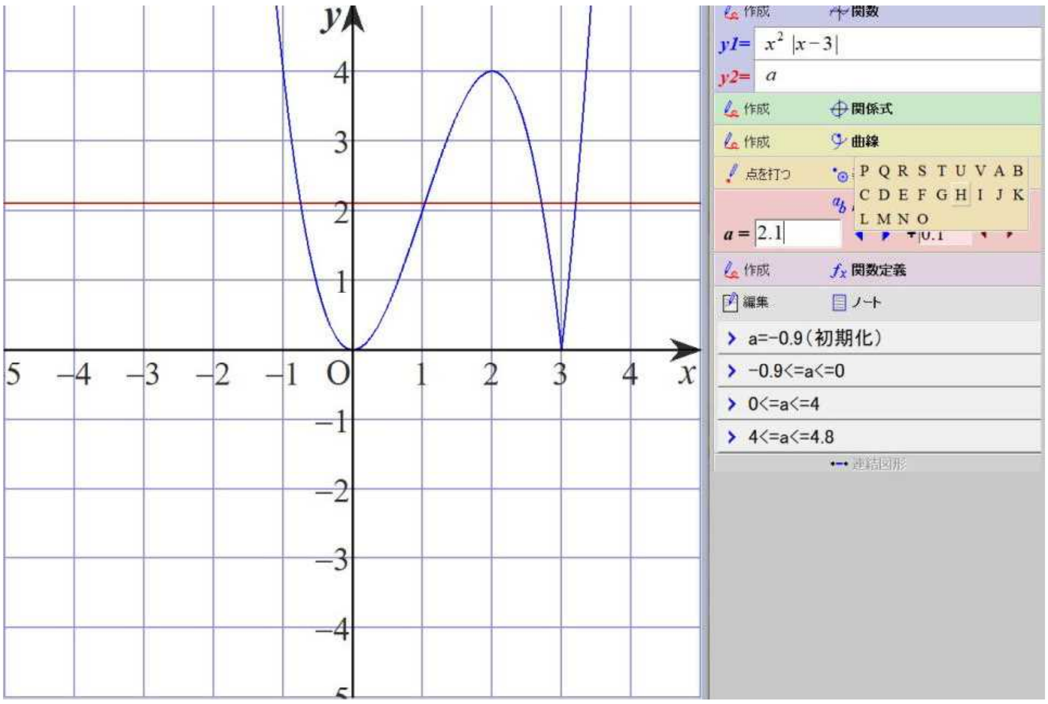
２０　絶対値のグラフ

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

②　ａの値が　０　のとき



③　ａの値が　２．１　のとき



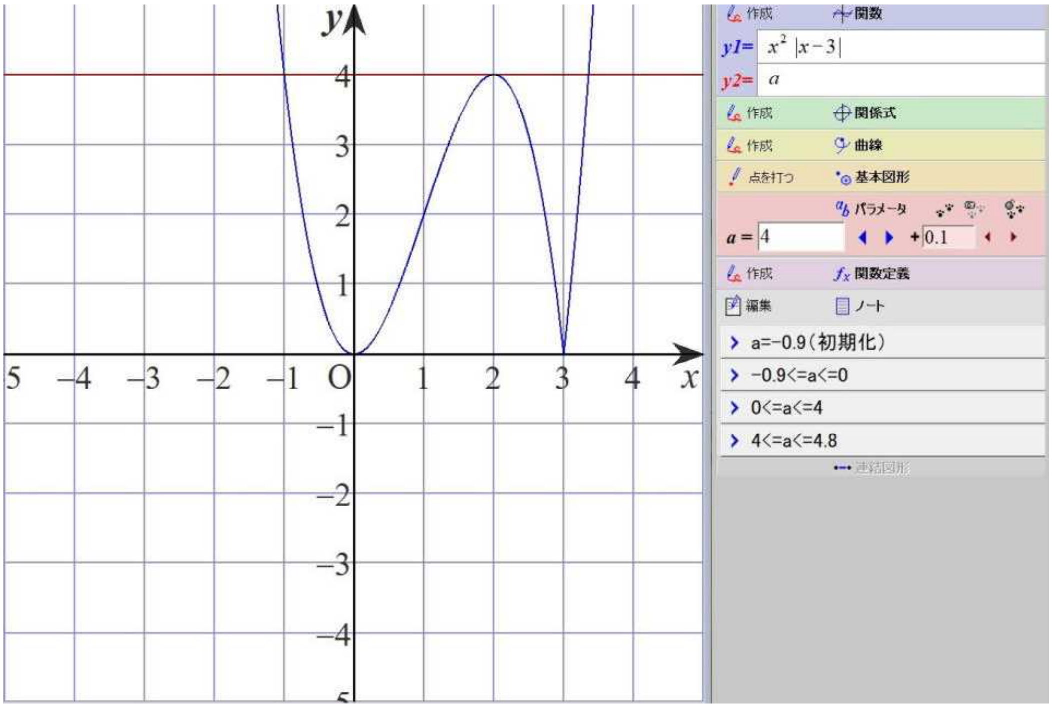
おもしろシミュレーションⅡ（Grapes）

2024.2.15
草　雲

２０　絶対値のグラフ

（２）実験結果（**Ｇｒａｐｅｓ版**シミュレーション）

④　ａの値が　４　のとき



⑤　ａの値が　４．３　のとき