

おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.27
草雲

1 円と直線の交点

(1) 試験問題 1

Oを原点とする座標平面上に、円C： $x^2 + y^2 + 2x - 6y = 0$ と直線L： $3x - y + k = 0$ (k は定数)があり、円Cと直線Lは異なる2点P、Qで交わっている。

- ① k のとりうる値の範囲を求めよ。
- ② $\triangle OPQ$ が直角三角形となるとき、 k の値を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月27日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『円と直線の交点.gps』

【考察】

k の値を -7 から 20 まで変化させて、円Cと直線Lの共有点を観察しました。

$k = -4$ と 16 のとき、直線Lは円Cに接しました。(円Cの中心と直線Lとの距離が円Cの半径と等しいことより、 $k = -4, 16$ が計算して求まります。)

$k = 6$ のとき、 $\triangle OPQ$ の斜辺PQが円Cの直径になるので、 $\triangle OPQ$ は直角三角形。

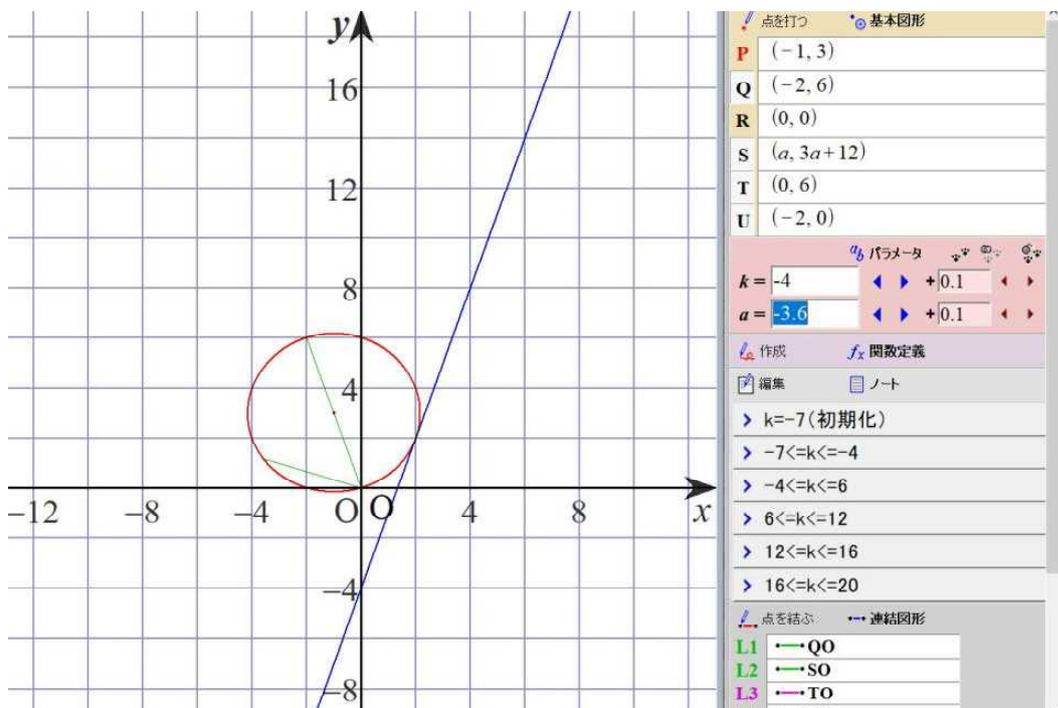
$k = 12$ のとき、 $\triangle OPQ$ の斜辺OP (または斜辺OQ) が円Cの直径になるので、 $\triangle OPQ$ は直角三角形。

$-4 < k < 16$ のとき、直線Lは円Cと異なる2点で交わりました。

よって、円Cと直線Lが異なる2点で交わる k の値の範囲は、 $-4 < k < 16$ 、

$\triangle OPQ$ が直角三角形になるときの k の値は、 $k = 6, 12$ になります。

① k の値が -4 のとき



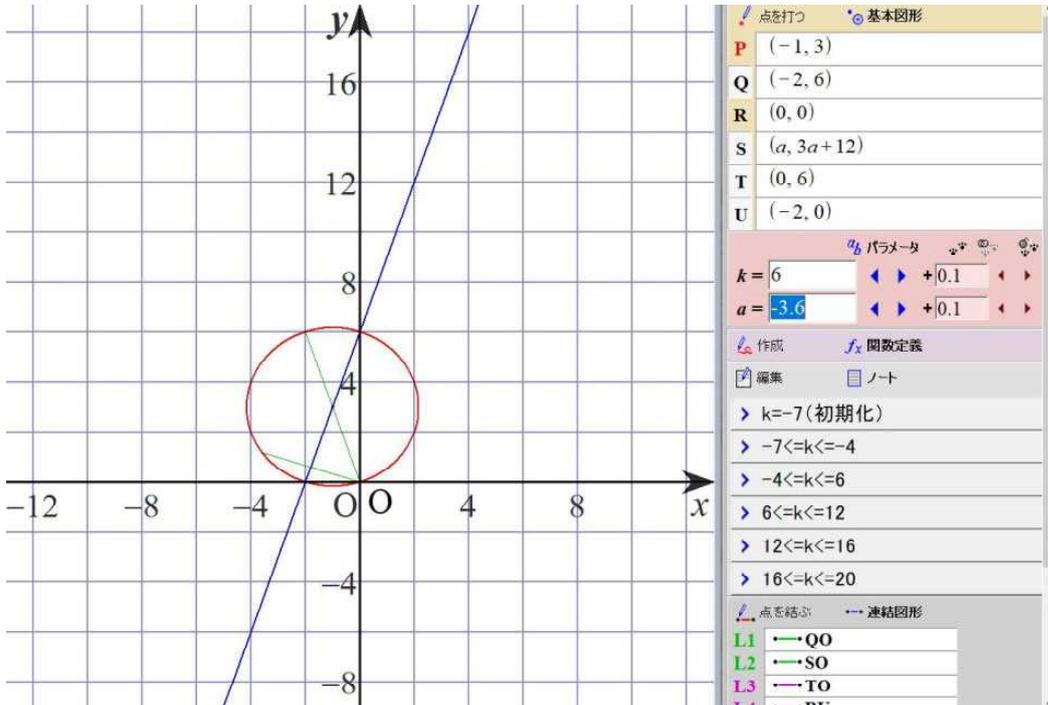
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.27
草雲

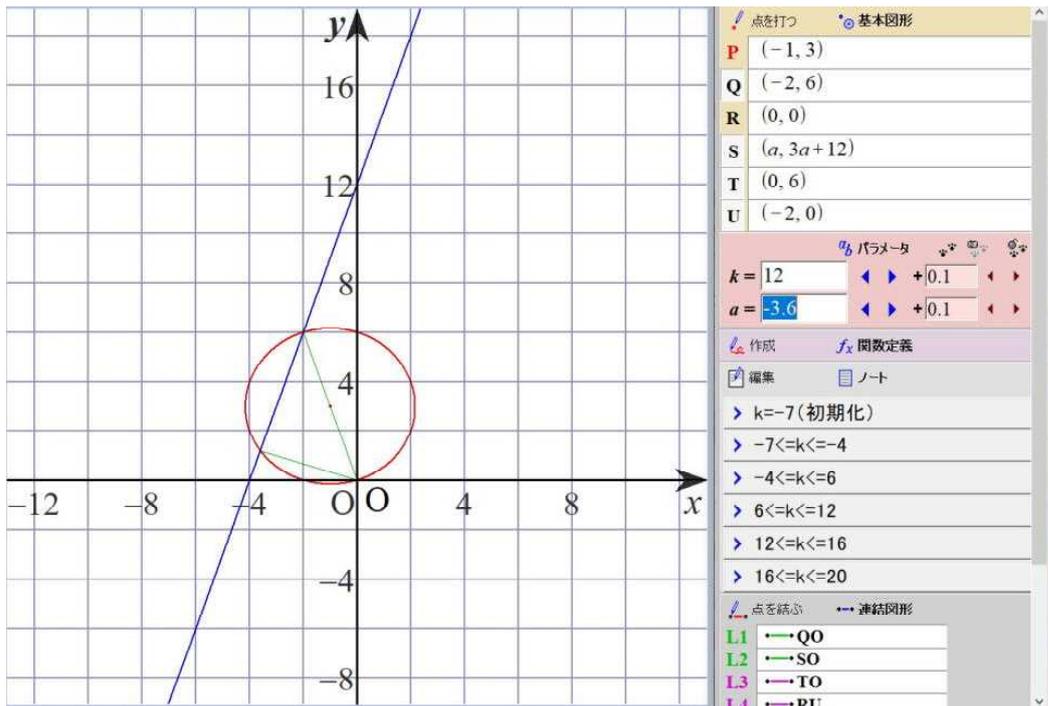
1 円と直線の交点

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② k の値が 6 のとき



③ k の値が 12 のとき



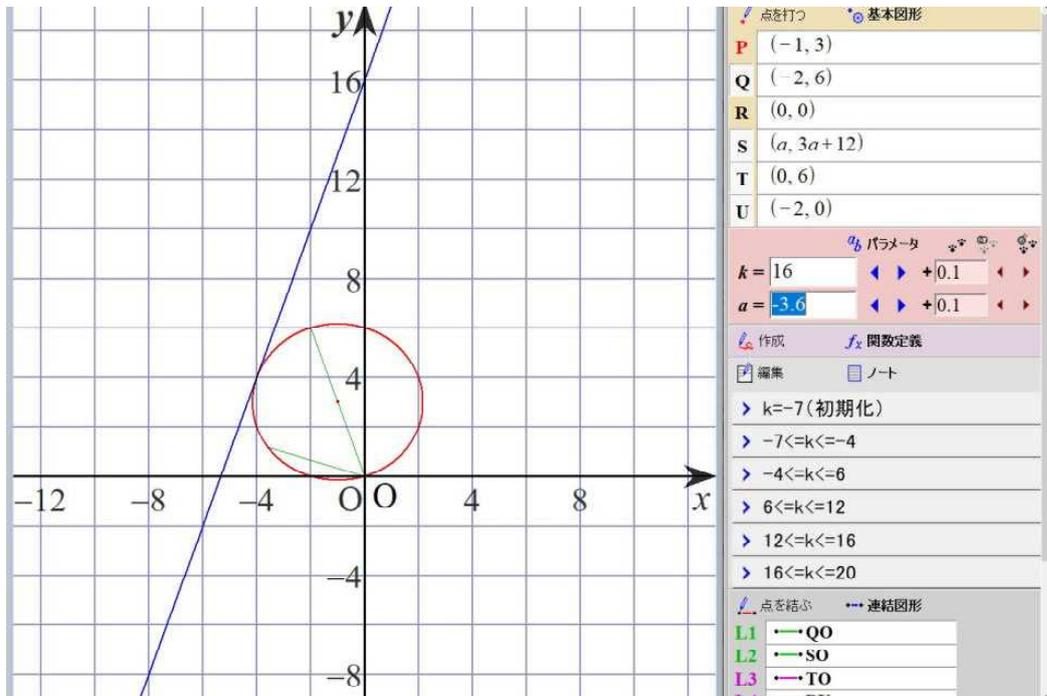
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.27
草 雲

1 円と直線の交点

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

④ k の値が 16 のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.29
草雲

2 2つの円の交点

(1) 試験問題 2

座標平面上に、2点A(3, 4)、B(5, 8)を直径の両端とする円C1がある。
また、円C2: $x^2 + y^2 - 4ax - 2ay + 5a^2 - 5 = 0$ がある。
ただし、aは定数とする。

- ① C1の方程式を求めよ。
- ② C1とC2が異なる2点で交わるようなaの値の範囲を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月29日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『2つの円の交点.gps』

【考察】

aの値を0から5まで変化させて、円C1と円C2の共有点を観察しました。

a = 1.6 のとき、円C2は円C1に接しました。

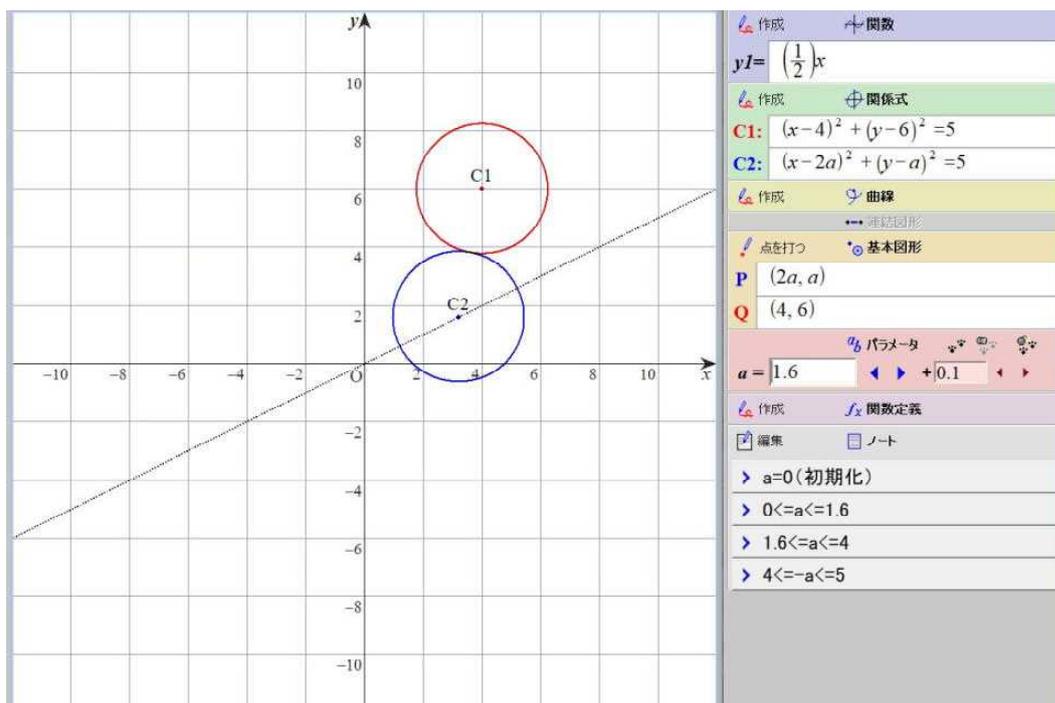
1.6 < a < 4 のとき、円C2は円C1と異なる2点で交わりました。

a = 4 のとき、円C2は円C1に接しました。

(円C1と円C2が外接するときは、円C1、C2の中心間の距離がC1の半径とC2の半径の和と等しいときなので、a = 1.6、4 が計算して求まります。)

よって、円C1と円C2が異なる2点で交わるaの値の範囲は、1.6 < a < 4 になります。

① aの値が 1.6 のとき



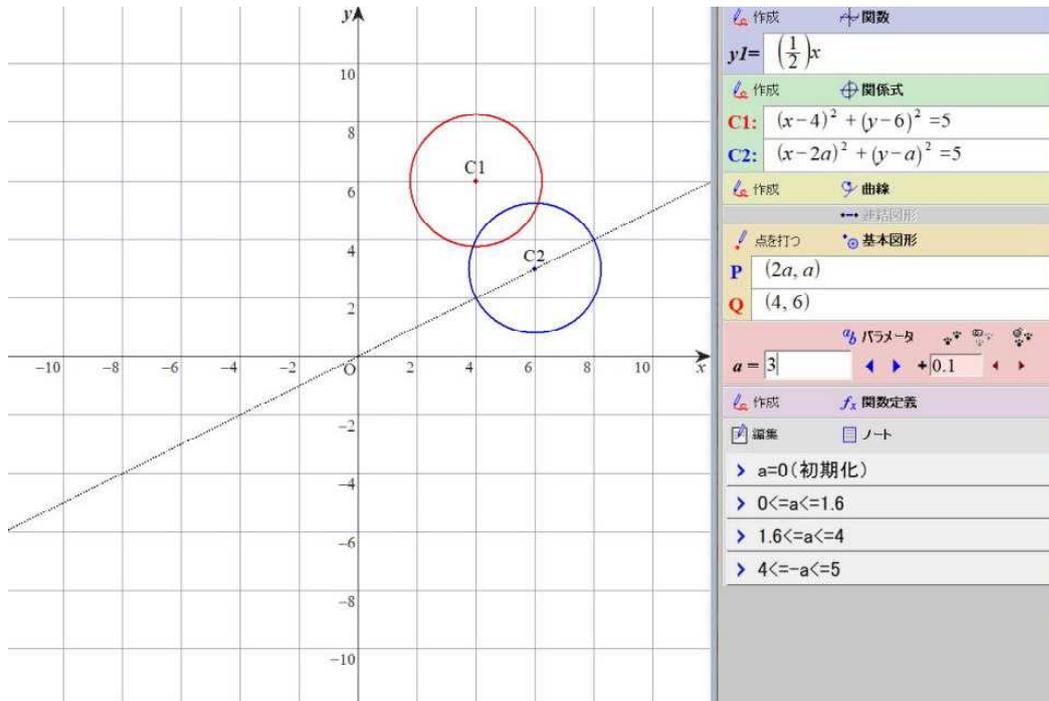
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.29
草雲

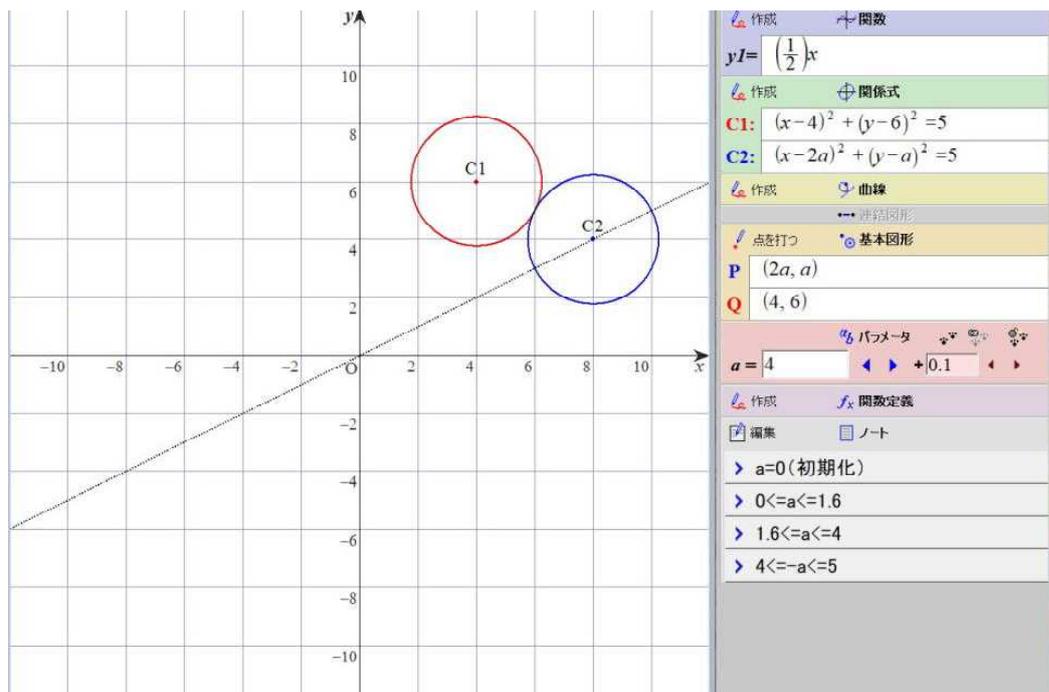
2 2つの円の交点

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② a の値が 3 のとき



③ a の値が 4 のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.29
草 雲

3 円と円の共有点

(1) 試験問題 3

2つの円 $x^2 + y^2 = k^2$ ($k > 0$) …①、 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 15 = 0$ …②
が共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月29日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『円と円の共有点.gps』

【考察】

k の値を 0 から 10 まで変化させて、円①と円②の共有点を観察しました。

$k = \sqrt{5}$ のとき、円①は円②に外接しました。

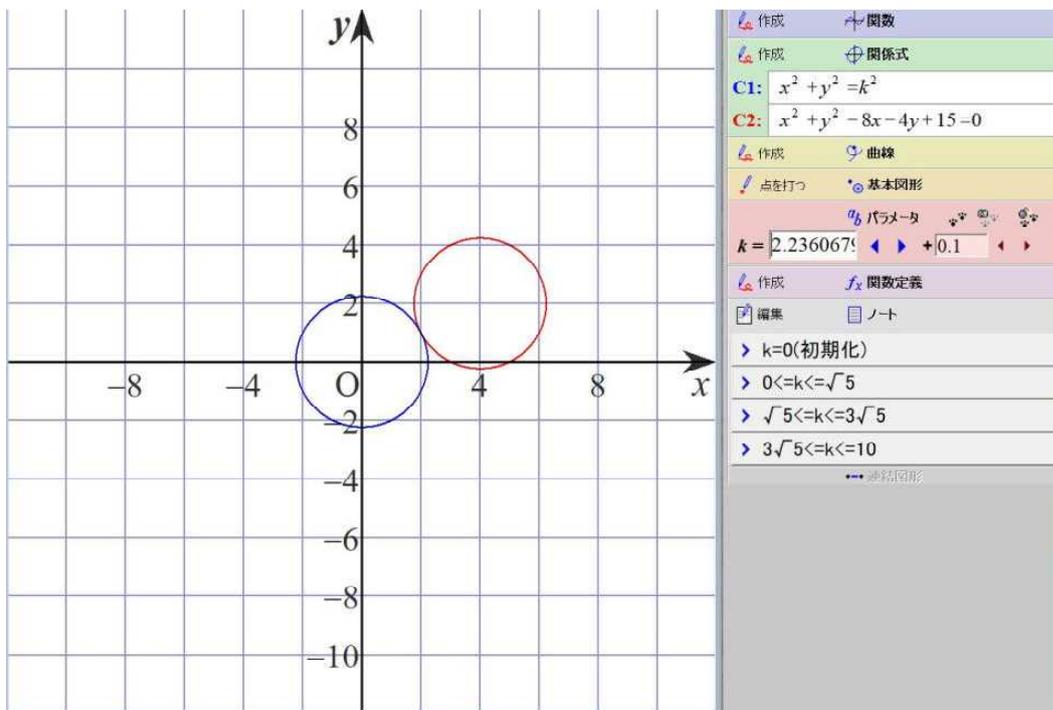
$\sqrt{5} < k < 3\sqrt{5}$ のとき、円①と円②は異なる 2 点で交りました。

$k = 3\sqrt{5}$ のとき、円②は円①に内接しました。

(円①と円②の中心間の距離と、円①と円②の半径との関係から、外接するときと内接するときの k の値、 $k = \sqrt{5}$ 、 $3\sqrt{5}$ が計算して求まります。)

よって、円①と円②が共有点をもつ k の値の範囲は、 $\sqrt{5} \leq k \leq 3\sqrt{5}$ になります。

① k の値が $\sqrt{5}$ のとき



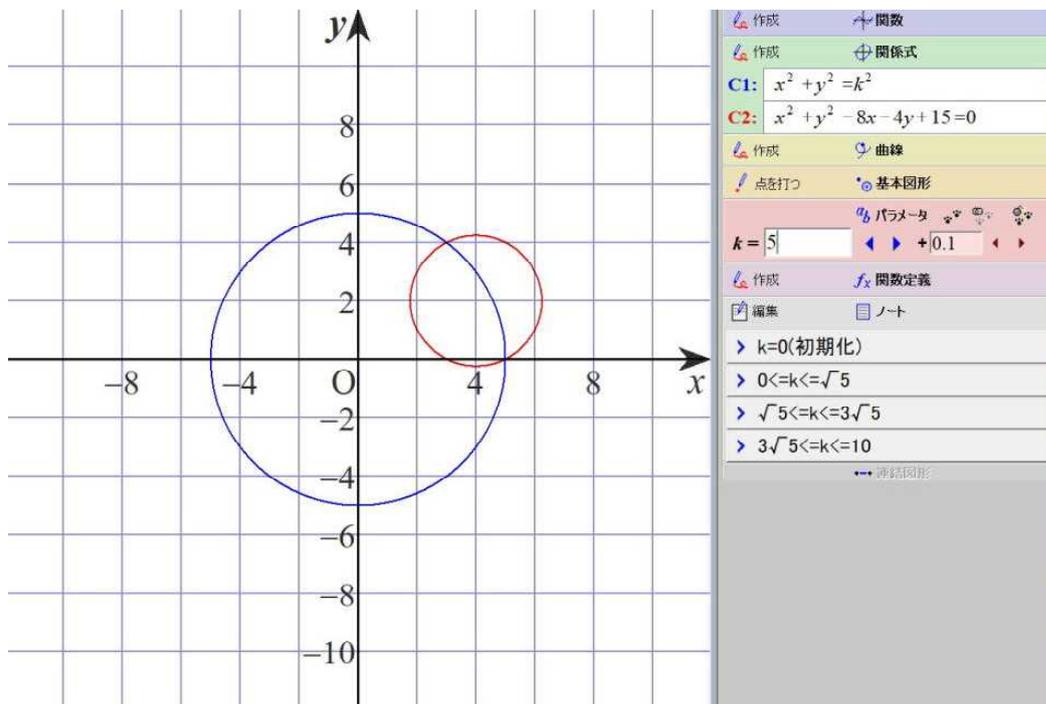
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.29
草 雲

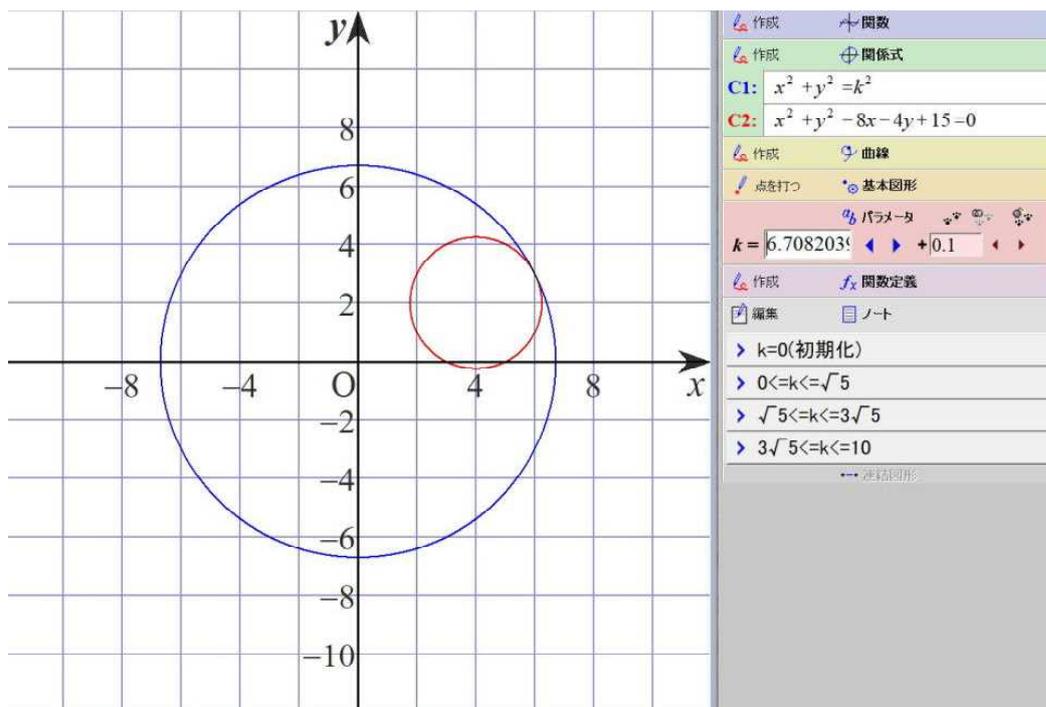
3 円と円の共有点

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

② k の値が 5 のとき



③ k の値が $3\sqrt{5}$ のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.30
草雲

4 2つの円の交点を通る直線

(1) 試験問題 4

2つの円 $x^2 + y^2 = 5 \cdots \textcircled{1}$ 、 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \cdots \textcircled{2}$ の交点を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月30日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『2つの円の交点を通る直線.gps』

【考察】

円①と円②の交点を通る図形の方程式は、

$(x-1)^2 + (y-2)^2 - 4 + k(x^2 + y^2 - 5) = 0 \cdots \textcircled{3}$ と表せます。

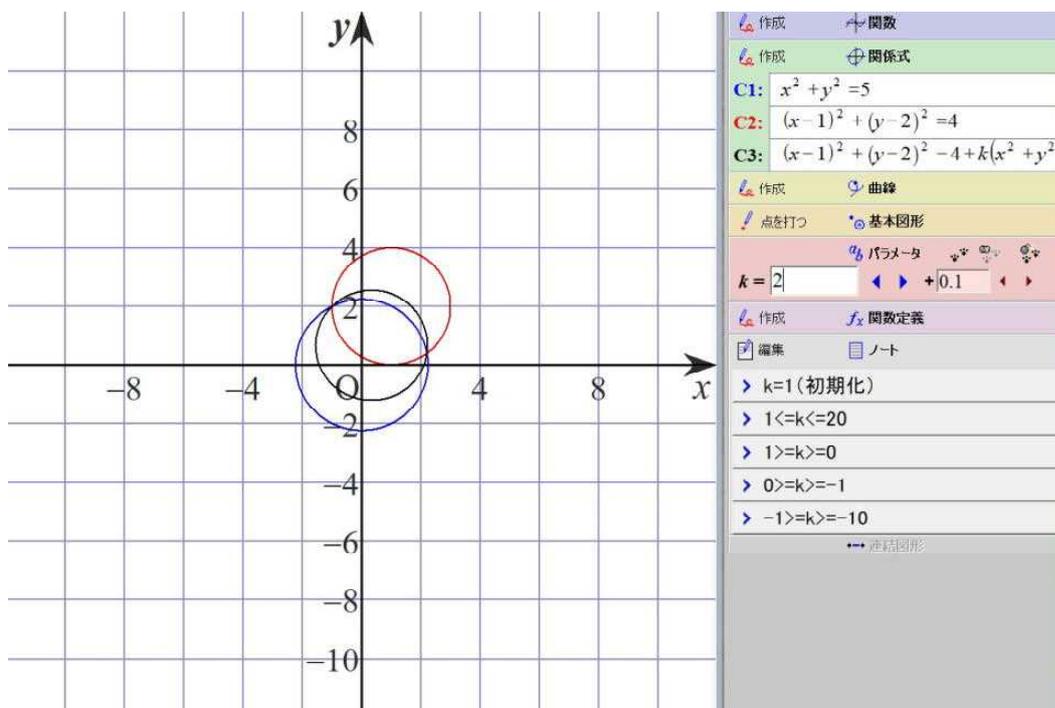
kの値を-10から20まで変化させて、円①と円②の交点を通る図形③を観察しました。

k=-1 のとき、円①と円②の交点を通る図形③は直線になります。

k≠-1 のとき、円①と円②の交点を通る図形③は円になりました。

よって、円①と円②の交点を通る直線の方程式は、③の方程式にk=-1を代入して求め、 $x + 2y - 3 = 0$ になります。

① kの値が 2 のとき



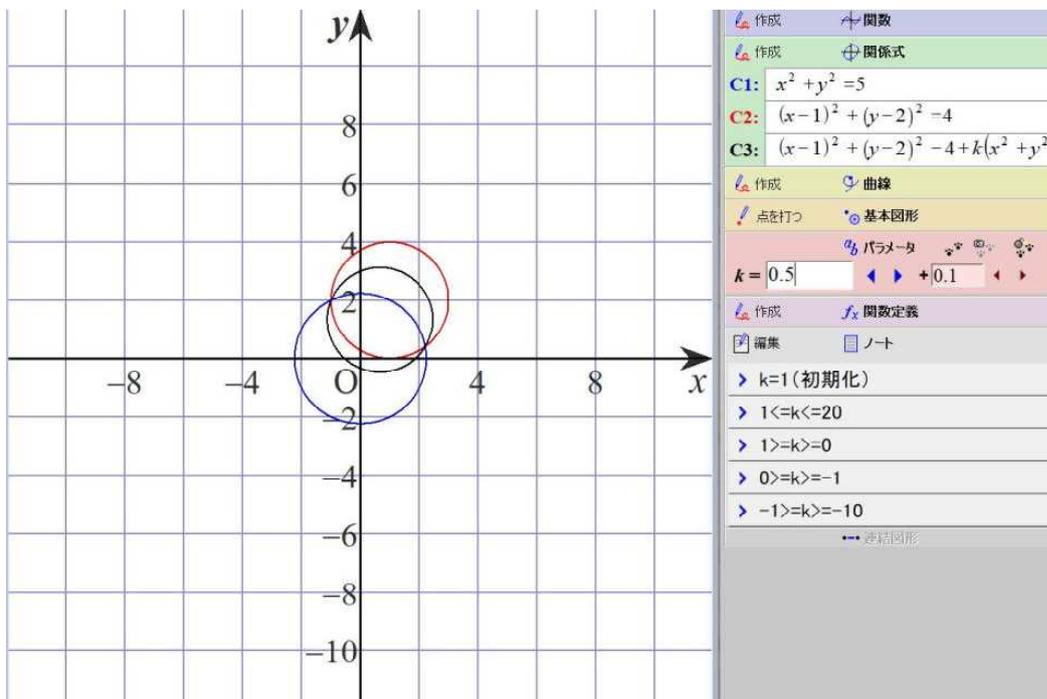
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.30
草雲

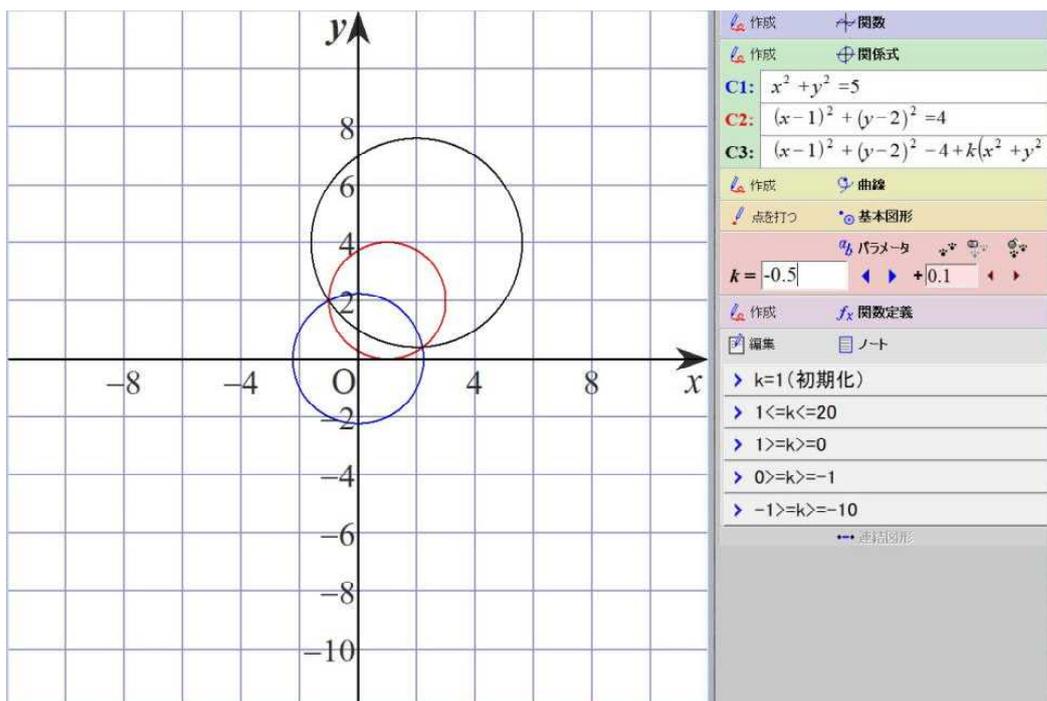
4 2つの円の交点を通る直線

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② k の値が 0.5 のとき



③ k の値が -0.5 のとき



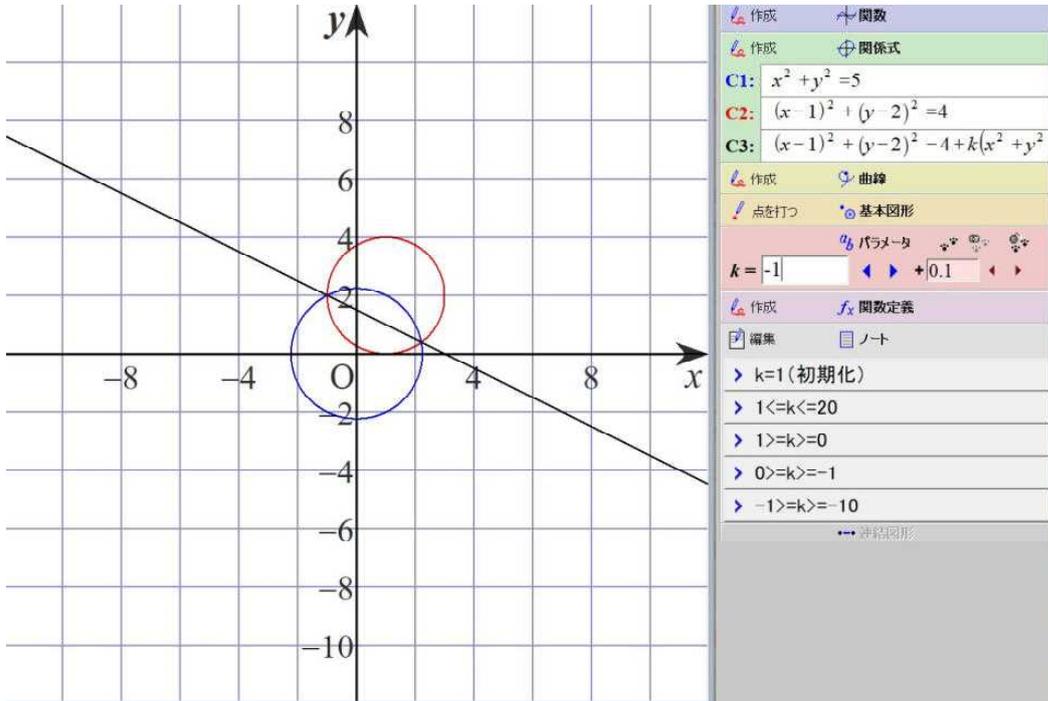
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.30
草 雲

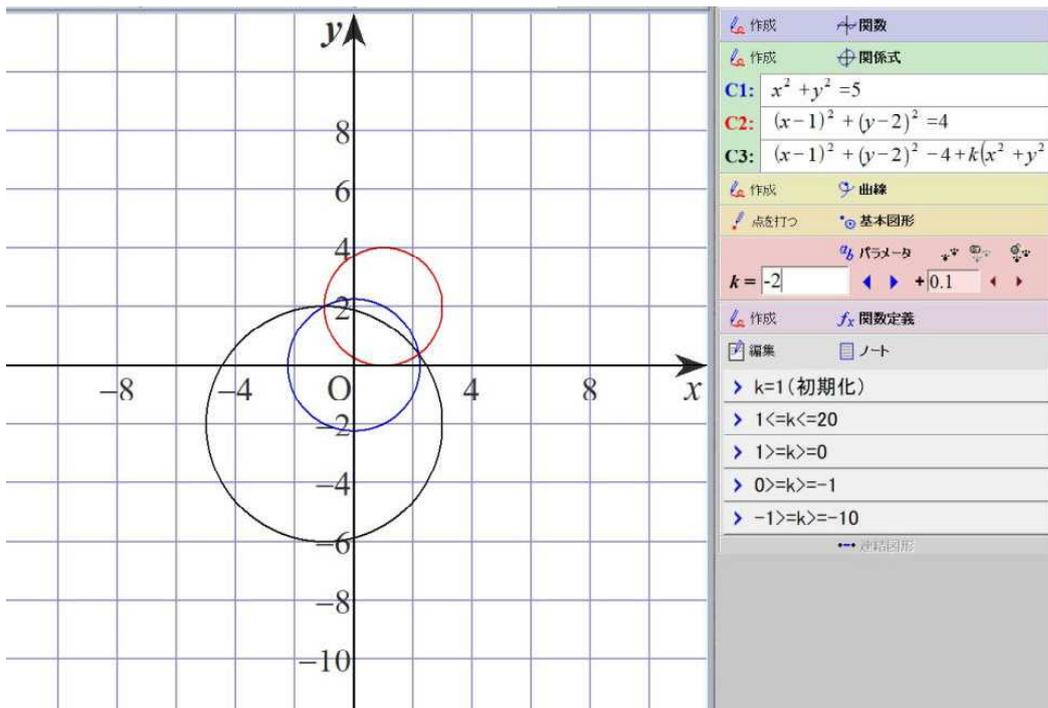
4 2つの円の交点を通る直線

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

④ k の値が -1 のとき



⑤ k の値が -2 のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.30
草雲

5 2つの直線の交点を通る直線

(1) 試験問題 5

2直線 $2x + 3y = 7 \cdots \textcircled{1}$ 、 $4x + 11y = 19 \cdots \textcircled{2}$ の交点を通り、点(5, 4)を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月30日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『2つの直線の交点を通る直線.gps』

【考察】

直線①と直線②の交点を通る直線の方程式は、

$k(2x + 3y - 7) + 4x + 11y - 19 = 0 \cdots \textcircled{3}$ と表せます。

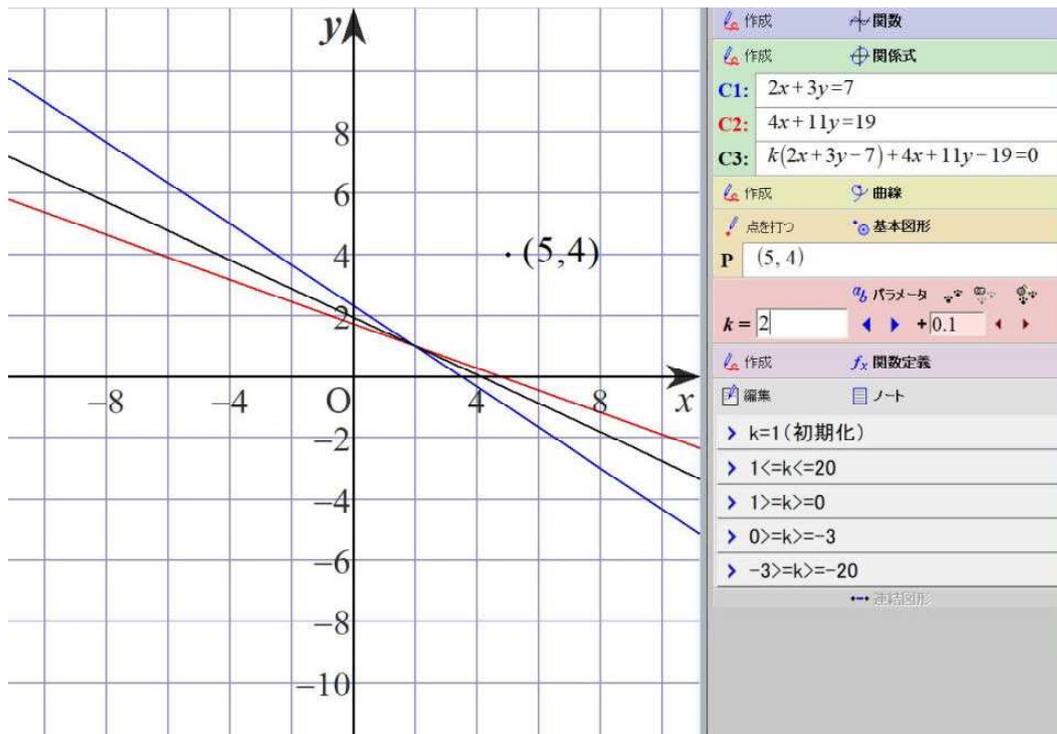
k の値を -20 から 20 まで変化させて、直線①と直線②の交点を通る直線③を観察しました。 $k = -3$ のとき、直線③は点(5, 4)を通りました。

$k \neq -3$ のとき、直線③は点(5, 4)を通りませんでした。

よって、直線①と直線②の交点を通り、点(5, 4)を通る直線の方程式は、③の方程式に $k = -3$ を代入して求め、 $x - y - 1 = 0$ になります。

(③の方程式に、通る点(5, 4)の座標の $x = 5$ 、 $y = 4$ を代入して:計算すると、 $k = -3$ が求まります。)

① k の値が 2 のとき



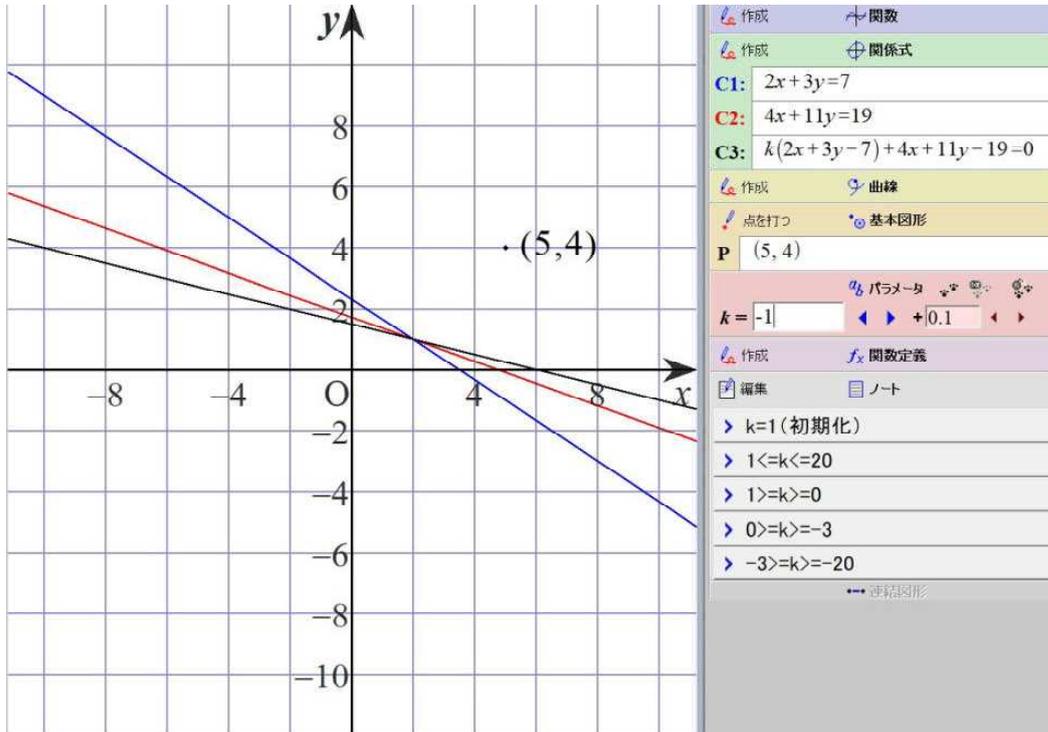
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.30
草雲

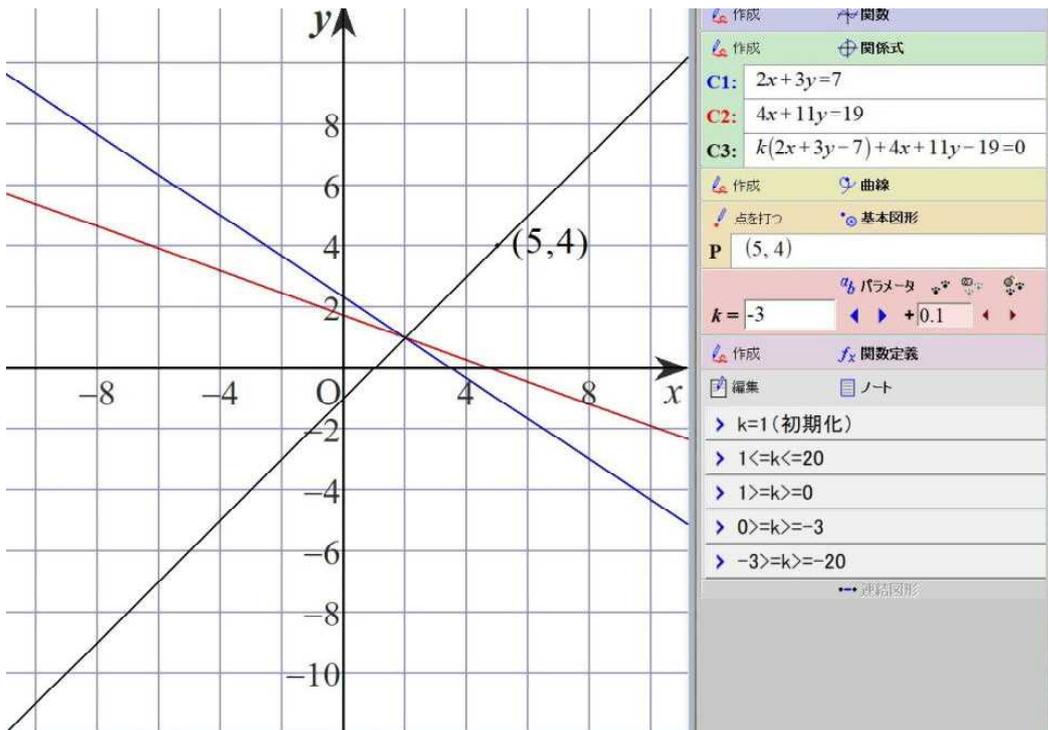
5 2つの直線の交点を通る直線

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② k の値が -1 のとき



③ k の値が -3 のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.31
草 雲

6 円と放物線の共有点

(1) 試験問題 6

円 $x^2 + y^2 = 1$ …①、放物線 $y = ax^2 - 2$ …② が異なる 2 点のみを共有するとき、 a の値を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes 版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月31日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『円と放物線の共有点.gps』

【考察】

a の値を -10 から 20 まで変化させて、円①と放物線②の共有点を観察しました。

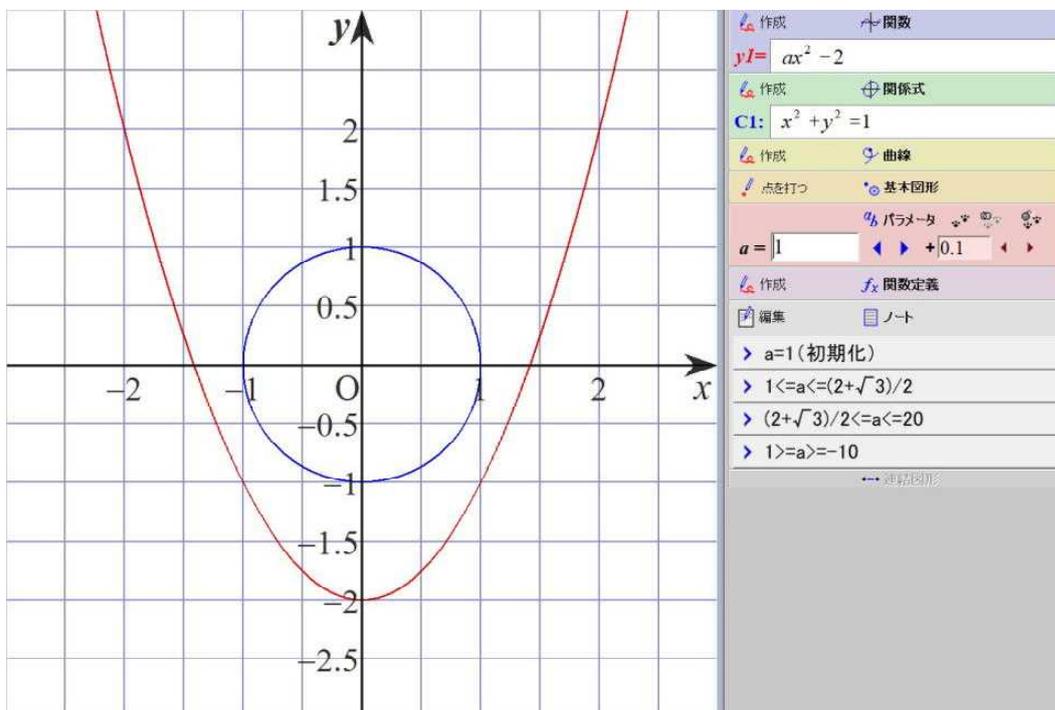
$a = (2 + \sqrt{3}) / 2$ のとき、円①と放物線②は、異なる 2 点のみを共有しました。

(①と②を連立して、重解条件を用いて計算すると、 $a = (2 \pm \sqrt{3}) / 2$ が求まります。

また、正の解を持つ条件から、 $a > 0.25$ も求まります。)

よって、 $a = (2 + \sqrt{3}) / 2$ になります。

① a の値が 1 のとき



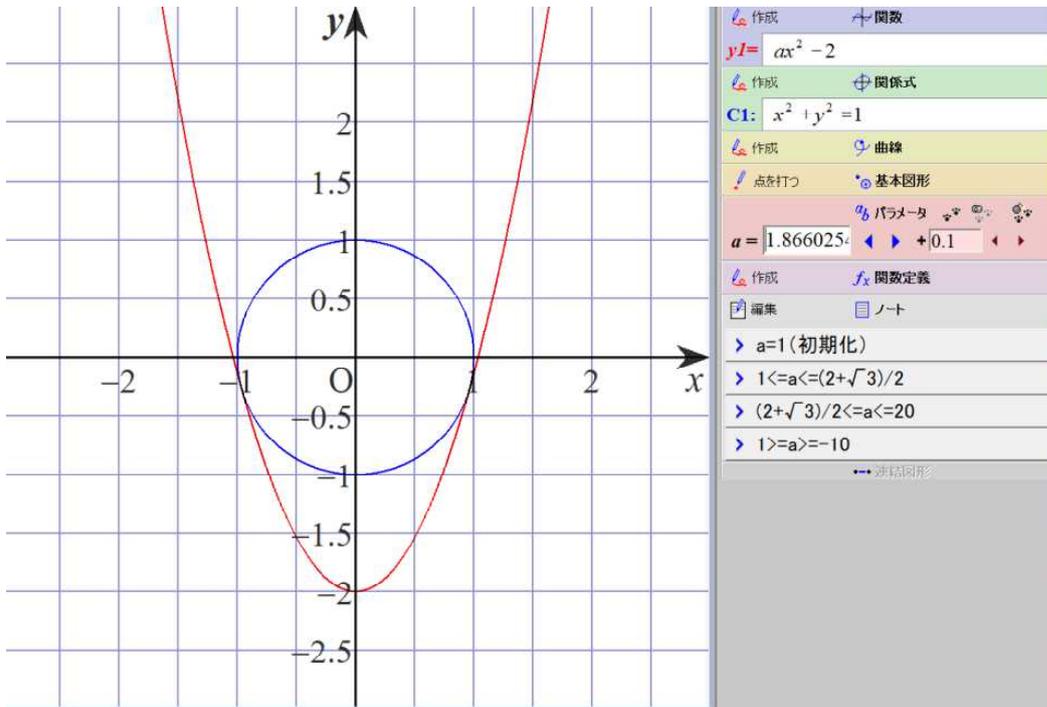
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.1.31
草 雲

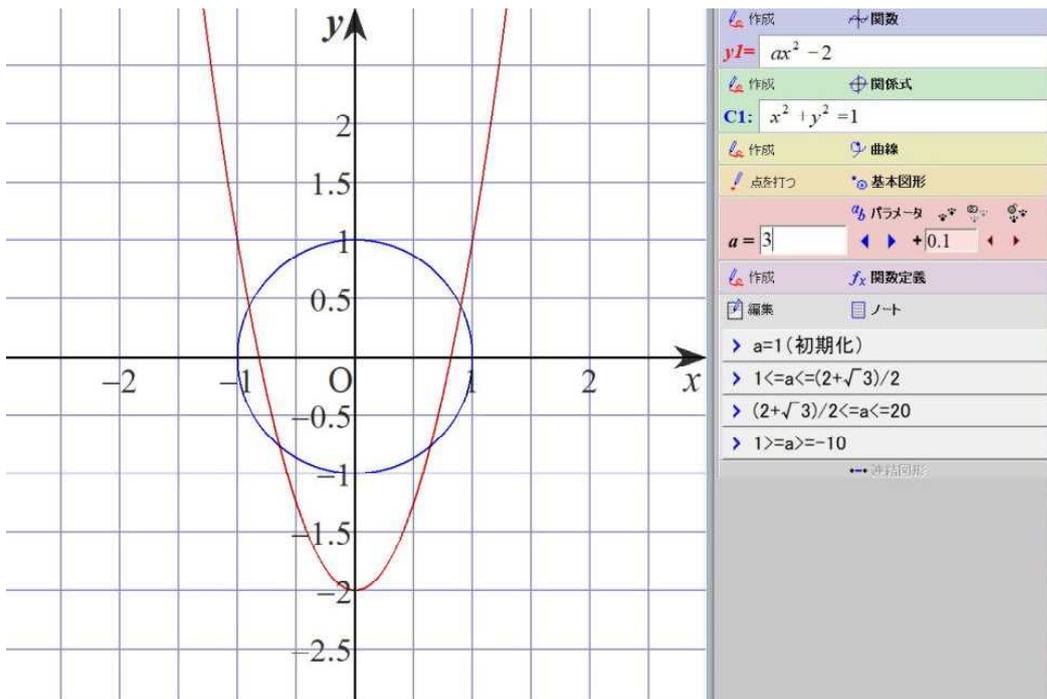
6 円と放物線の共有点

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

② a の値が $(2 + \sqrt{3}) / 2$ のとき



③ a の値が 3 のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.1
草 雲

7 2つの円の位置関係

(1) 試験問題 7

$$\text{円C1} : (x-5)^2 + (y-2)^2 = 16$$

$$\text{円C2} : (x-1)^2 + (y+1)^2 = a+2 \quad \text{について、}$$

- ①互いに他の外部にあるときの a の値の範囲を求めよ。
- ②一方が他方の内部にあるときの a の値の範囲を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年2月1日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『2つの円の位置関係.gps』

【考察】

a の値を -2 から 139 まで変化させて、円C1と円C2の位置関係を観察しました。

$-2 < a < -1$ のとき、円C1と円C2は互いに他の外部にありました。

$a = -1$ のとき、円C1と円C2は外接しました。

$-1 < a < 79$ のとき、円C1と円C2は2点で交わりました。

$a = 79$ のとき、円C1は円C2に内接しました。

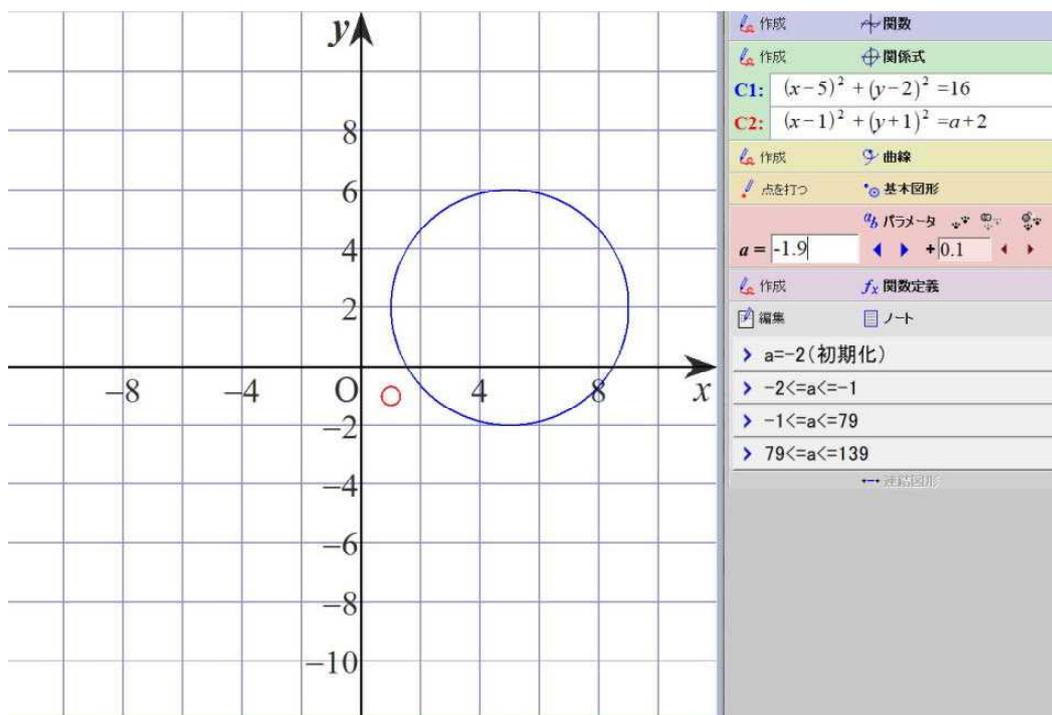
$a > 79$ のとき、円C1は円C2の内部にありました。

よって、互いに他の外部にあるときの a の値の範囲は、 $-2 < a < -1$ 、

一方が他方の内部にあるときの a の値の範囲は、 $a > 79$ になります。

(2つの円の中心間の距離と半径の関係から、接するときの a の値 -1 、 79 が求まります。)

① a の値が -1.9 のとき



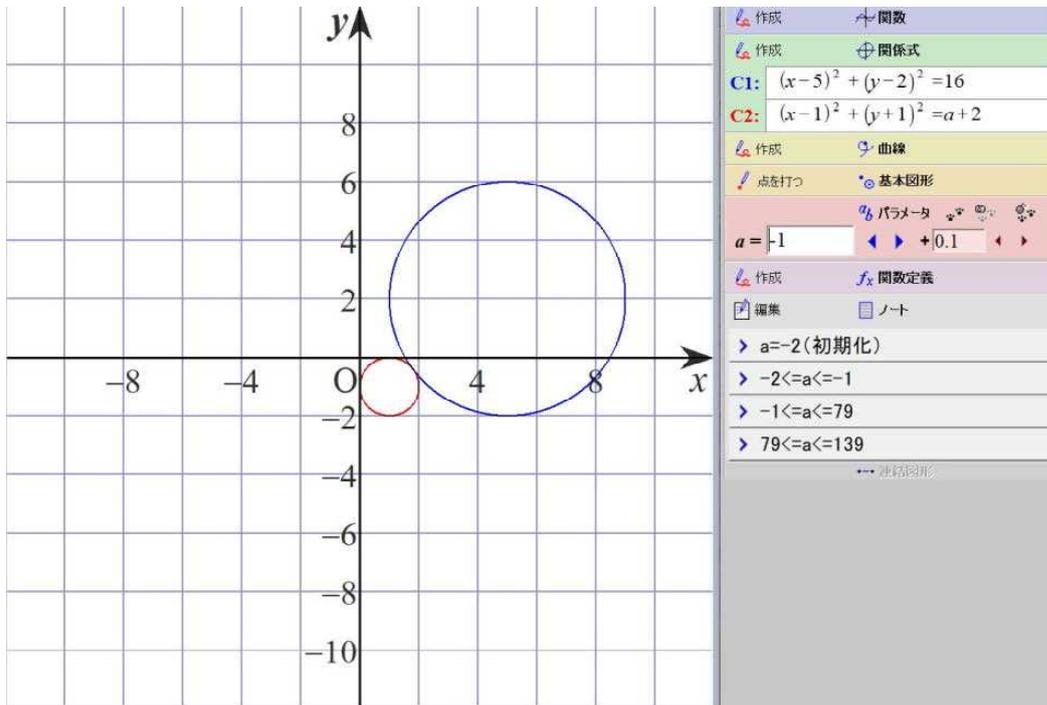
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.1
草雲

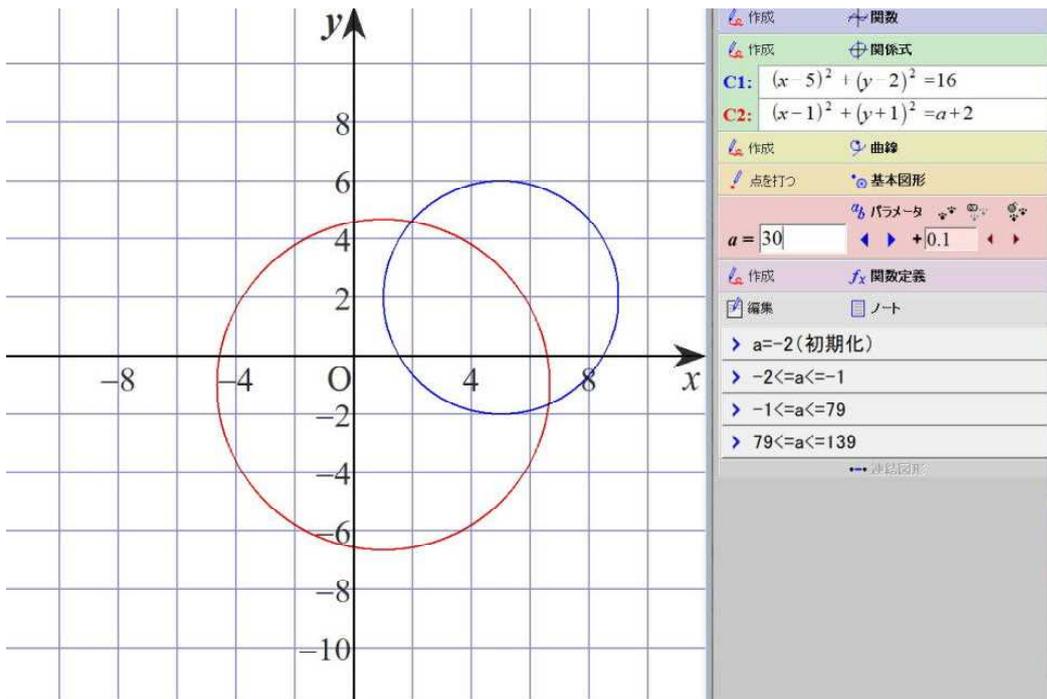
7 2つの円の位置関係

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② a の値が -1 のとき



③ a の値が 30 のとき



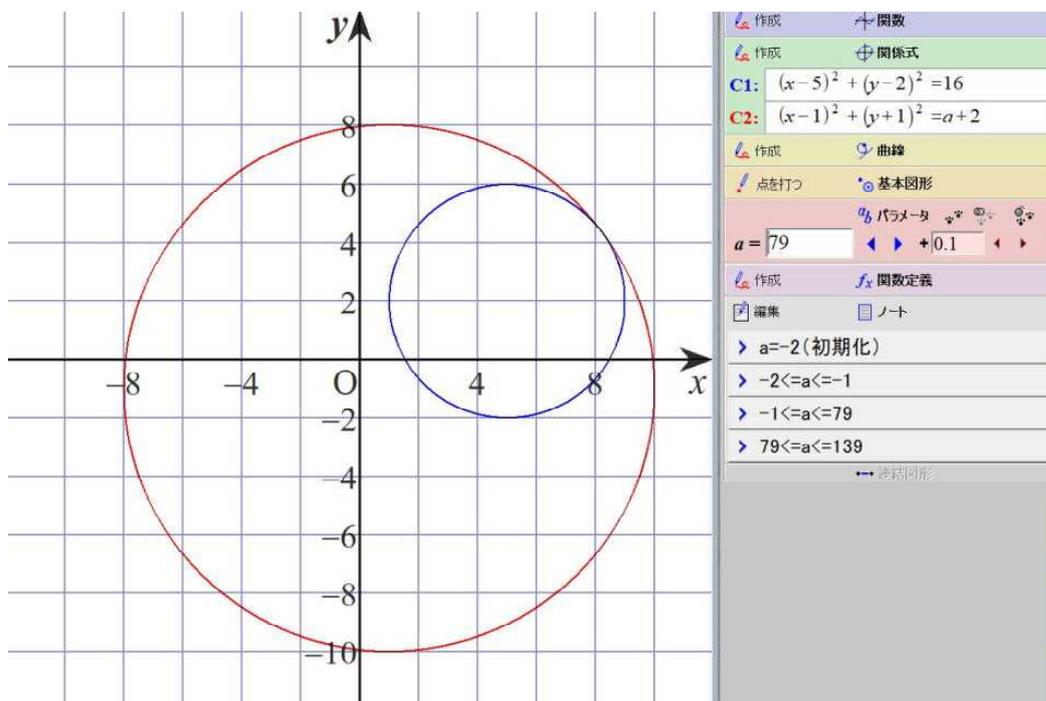
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.1
草雲

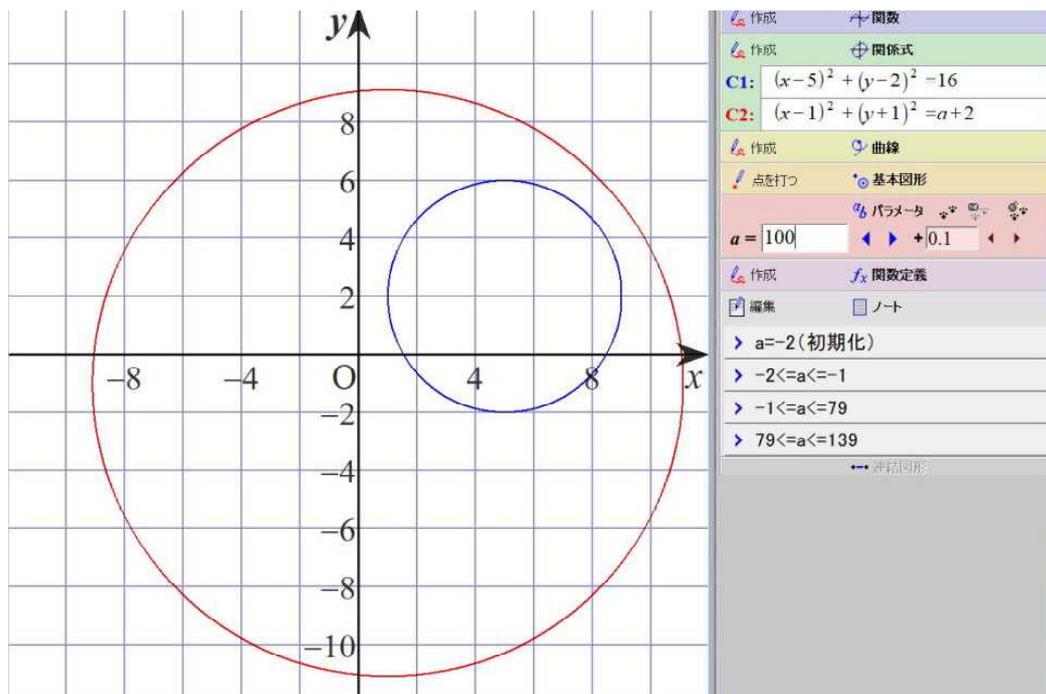
7 2つの円の位置関係

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

④ a の値が 79 のとき



⑤ a の値が 100 のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.2
草雲

8 放物線の頂点の軌跡

(1) 試験問題 8

放物線： $y = x^2 + 2(a - 2)x - 4a + 5 \cdots \textcircled{1}$ について、
 a を変化させると、放物線 $\textcircled{1}$ の頂点は1つの曲線を描く。
この曲線の方程式を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年2月2日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『放物線の頂点の軌跡.gps』

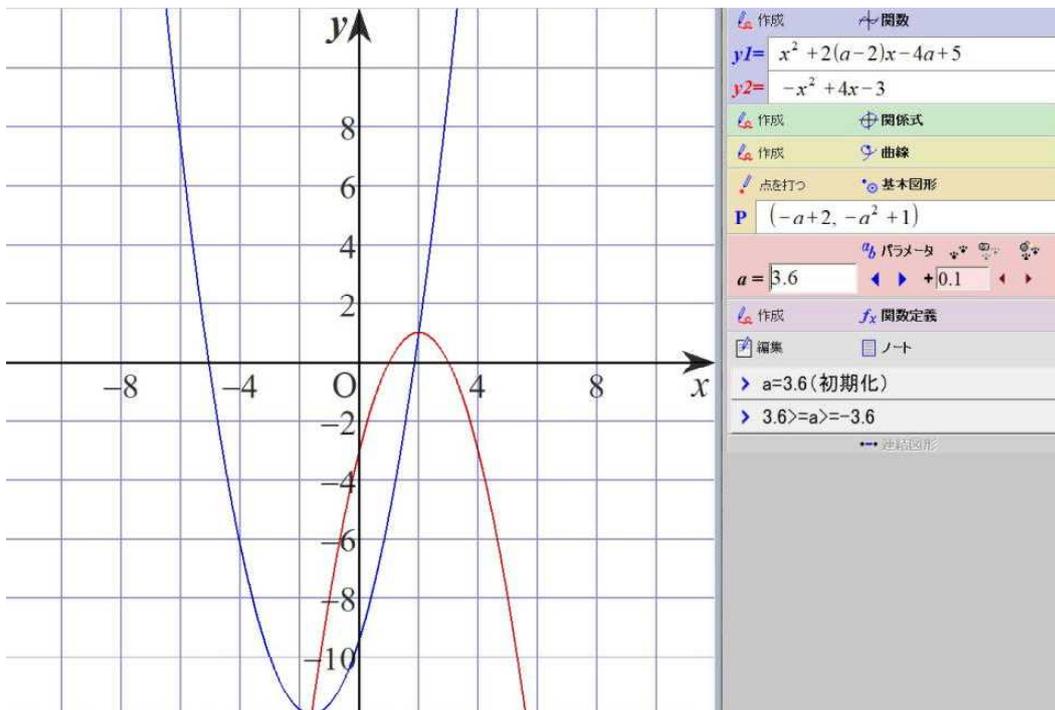
【考察】

a の値を 3.6 から -3.6 まで変化させて、放物線 $\textcircled{1}$ の頂点の軌跡を観察しました。

放物線 $\textcircled{1}$ の頂点は、放物線 $y = -x^2 + 4x - 3$ の上を移動しました。

(放物線 $\textcircled{1}$ の頂点は $(-a + 2, -a^2 + 1)$ なので、 $x = -a + 2$ と $y = -a^2 + 1$ より、 a を消去すると、 $y = -x^2 + 4x - 3$ が求まります。)

① a の値が 3.6 のとき



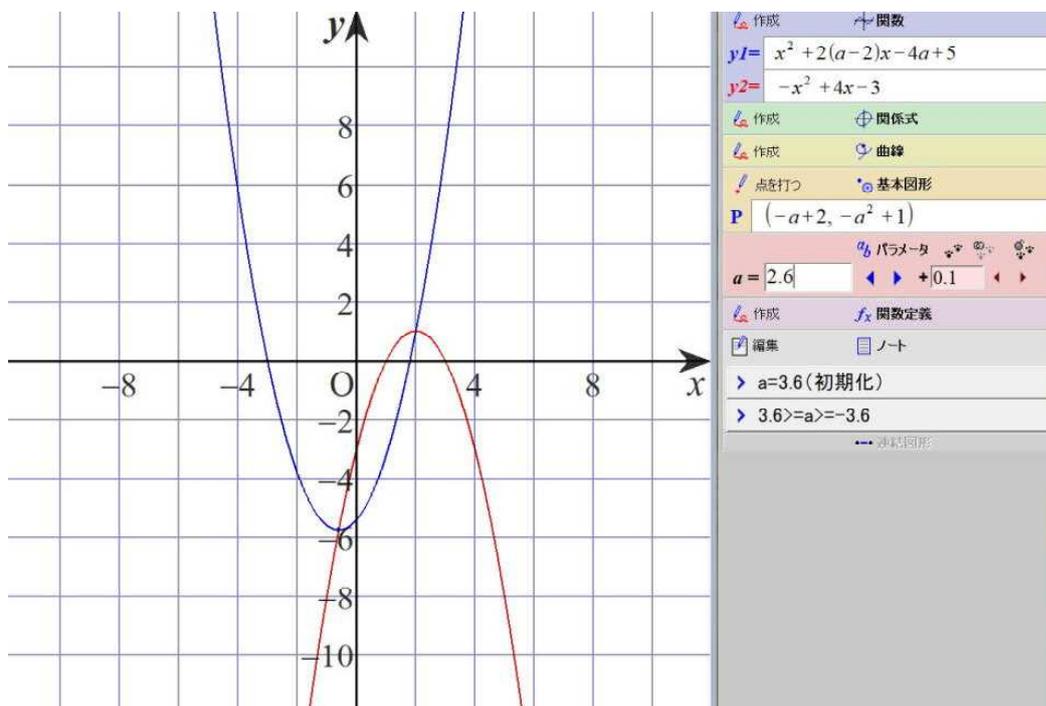
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.2
草雲

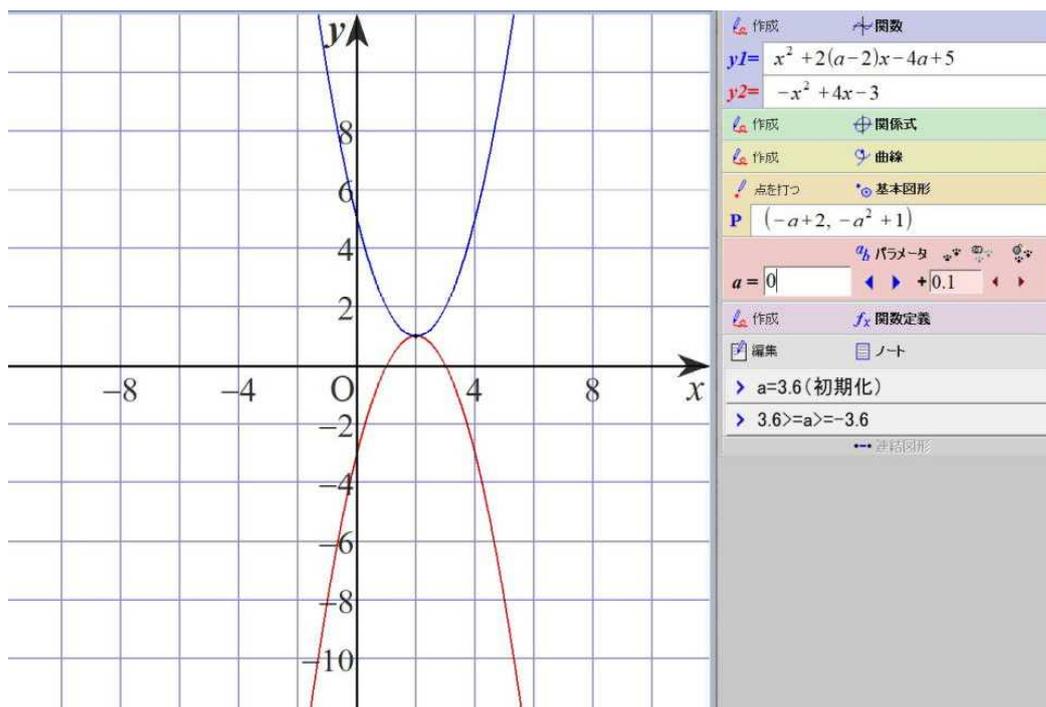
8 放物線の頂点の軌跡

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② a の値が 2.6 のとき



③ a の値が 0 のとき



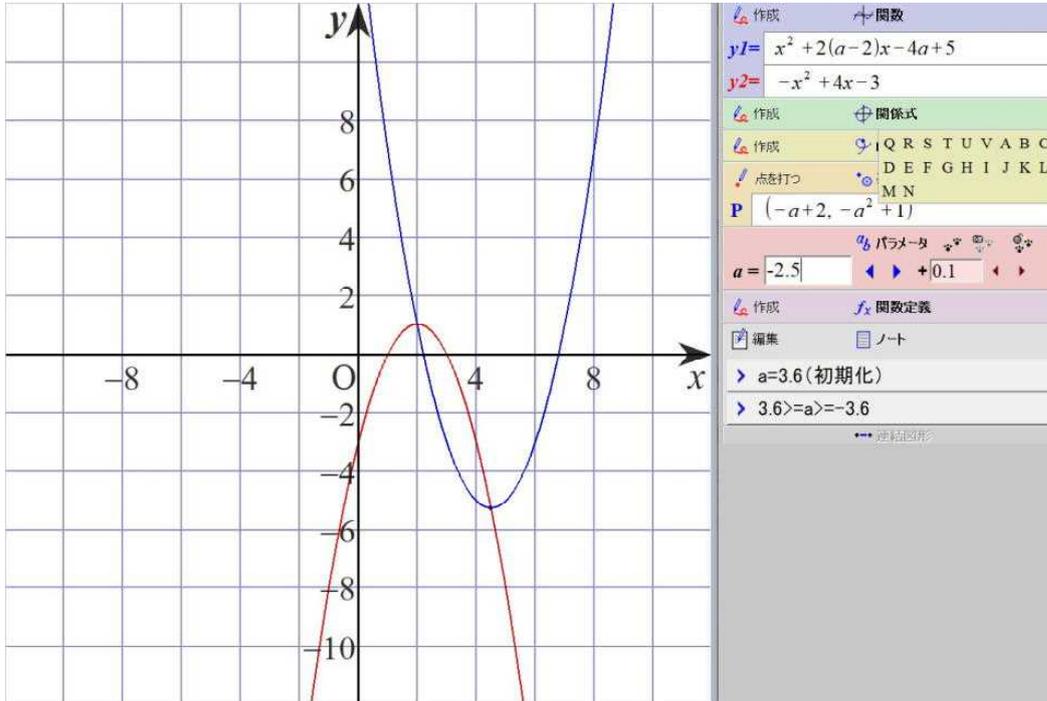
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.2
草雲

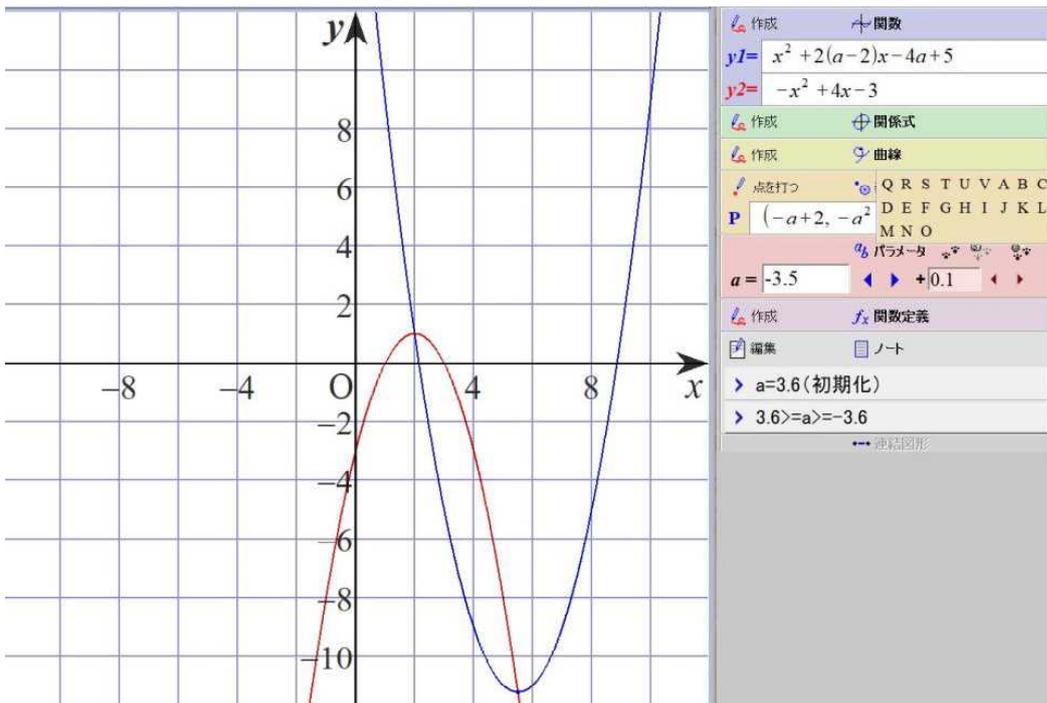
8 放物線の頂点の軌跡

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

④ a の値が -2.5 のとき



⑤ a の値が -3.5 のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.3
草雲

9 直線と円の共有点の個数

(1) 試験問題 9

直線: $y = mx + 1$ ……①

円: $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ ……② について

直線①と円②の共有点の個数を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年2月3日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『直線と円の共有点の個数.gps』

【考察】

m の値を 30 から -30 まで変化させて、直線①と円②の共有点を観察しました。

$m > -0.75$ のとき、直線①と円②は離れていました。

$m = -0.75$ のとき、直線①は円②に1点で接しました。

$m < -0.75$ のとき、直線①と円②は2点で交りました。

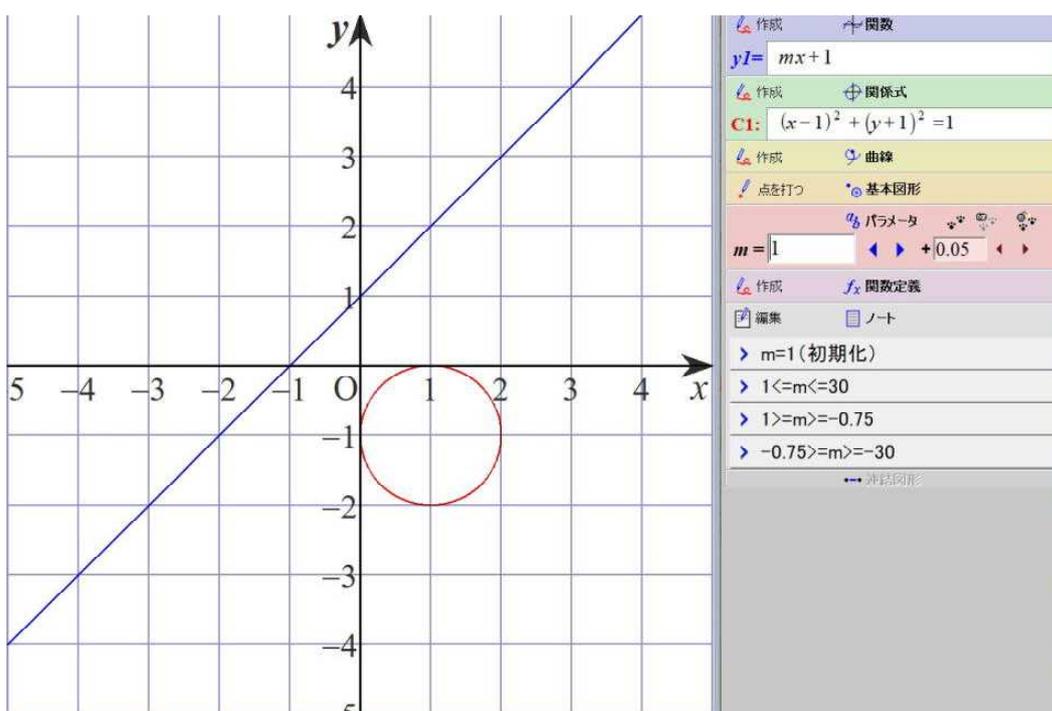
(直線①が円②に接するときの m 値は、円②の中心と直線①との距離が円②の半径と等しいことから、 $m = -3/4$ が求まります。)

よって、 $m > -3/4$ のとき、0個

$m = -3/4$ のとき、1個

$m < -3/4$ のとき、2個

① m の値が 1 のとき



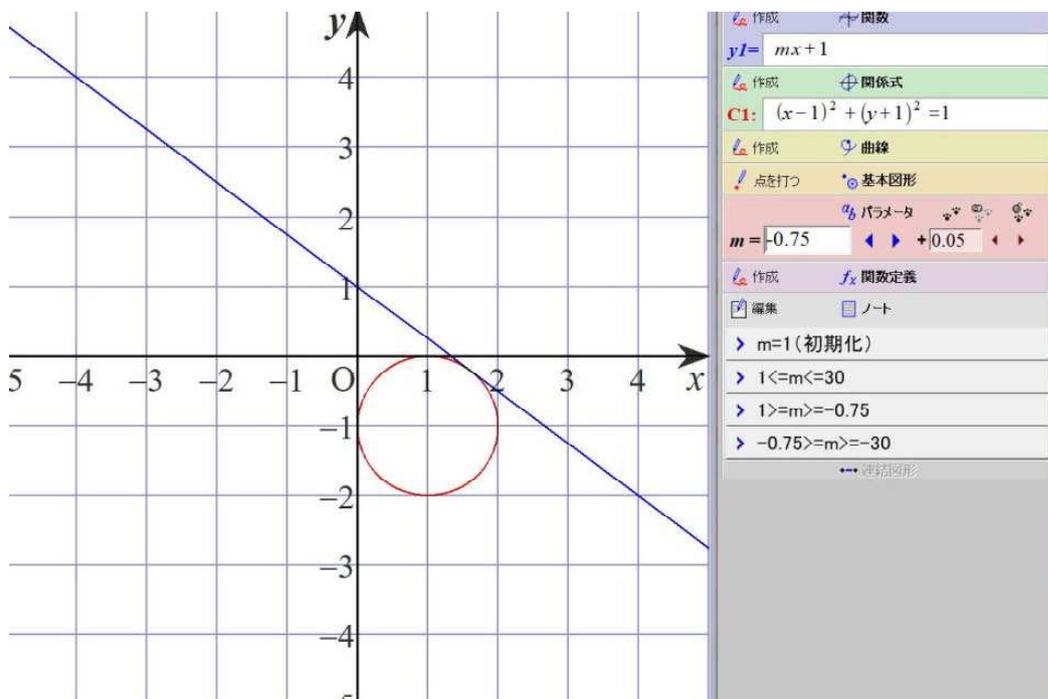
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.3
草雲

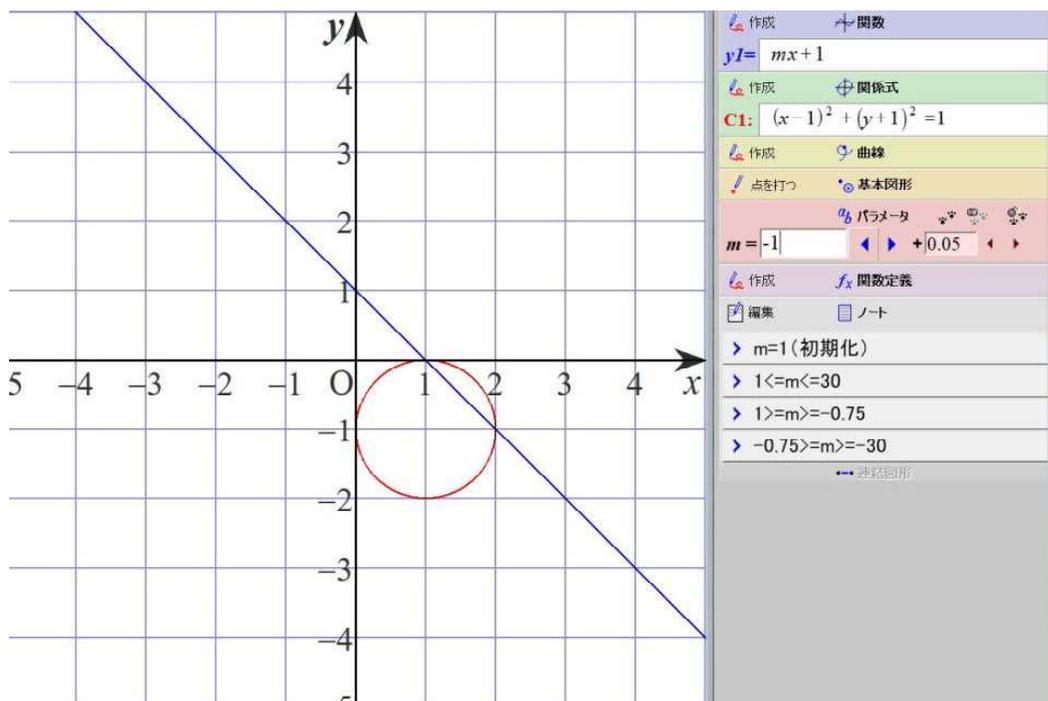
9 直線と円の共有点の個数

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② m の値が -0.75 のとき



③ m の値が -1 のとき



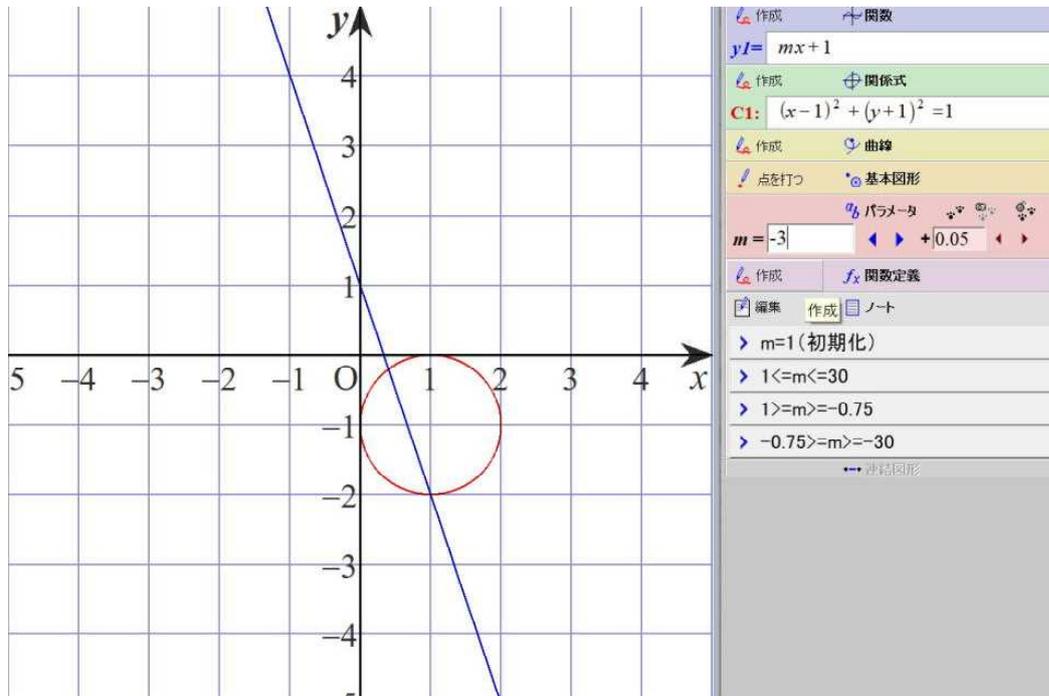
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.3
草 雲

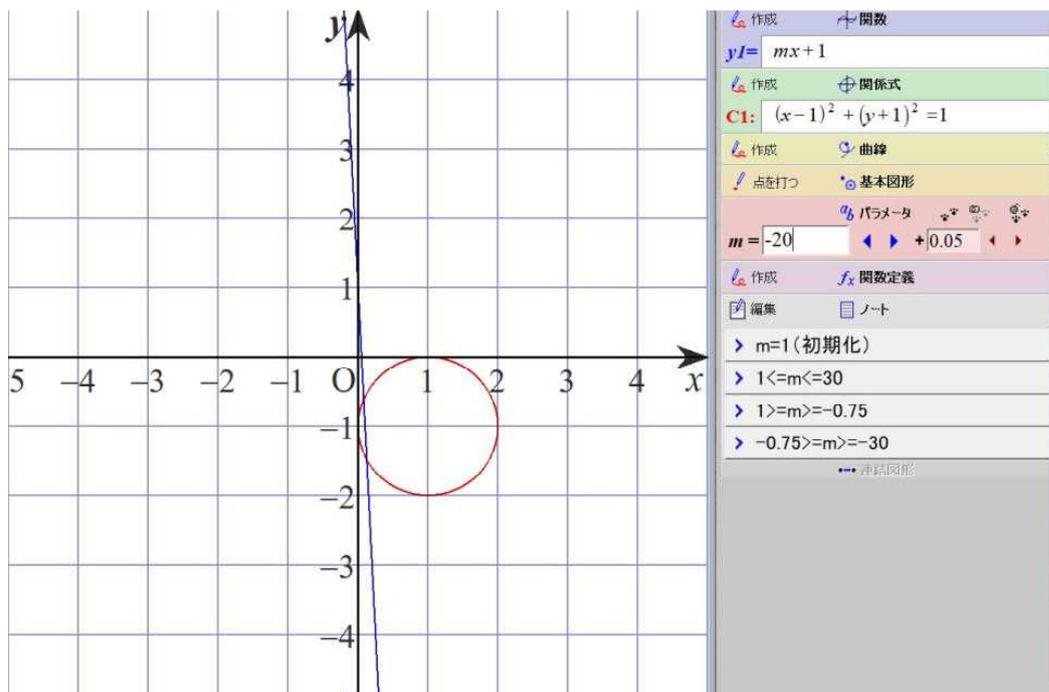
9 直線と円の共有点の個数

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

④ m の値が -3 のとき



⑤ m の値が -20 のとき



おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.4
草雲

10 2直線の交点の軌跡

(1) 試験問題 10

t が実数の値をとって変わるとき、
2直線 $L: tx - y = t$, $M: x + ty = 2t + 1$ の交点 $P(x, y)$ はどのような
図形になるか。
その方程式を求めて図示せよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年2月4日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

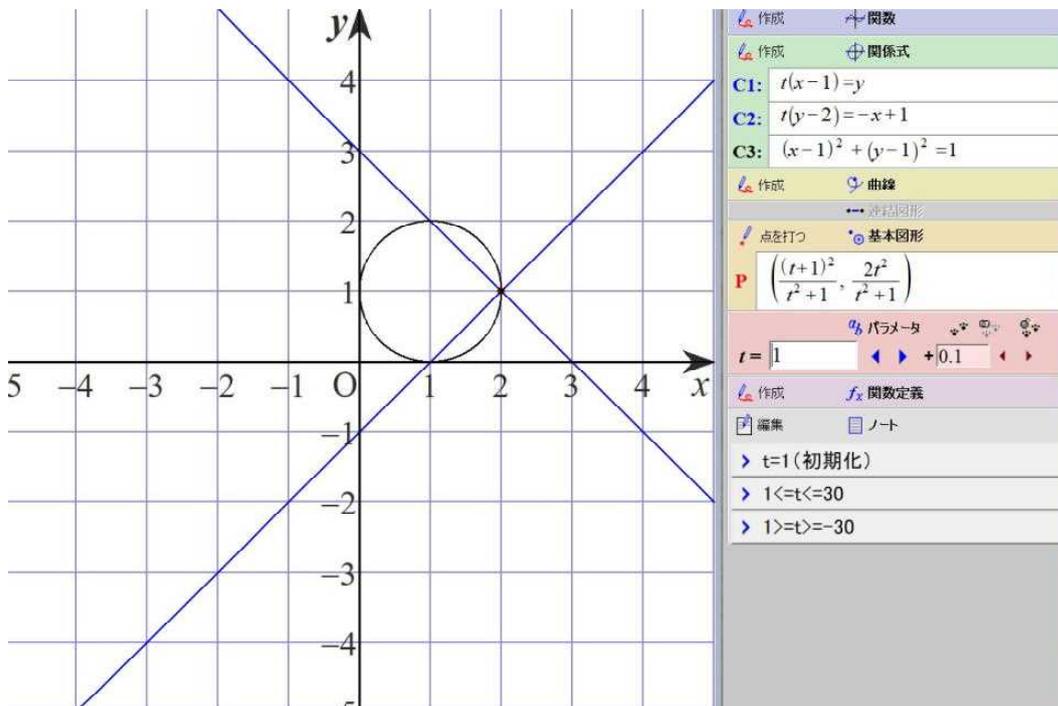
自作ファイル

『2直線の交点の軌跡.gps』

【考察】

t の値を -30 から 30 まで変化させて、2直線 L と M の交点 P を観察しました。
 $t > 1$ のとき、2直線 L と M の交点 P は、円①: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 上の点
の $(2, 1)$ と $(1, 2)$ を両端とする円①の反時計回りの弧上にありました (ただし、
両端は除く)。 $t < 1$ のとき、2直線 L と M の交点 P は、円①上の点の $(2, 1)$ と
 $(1, 2)$ を両端とする円①の時計回りの弧上にありました (ただし、両端は除く)。
 $t = 1$ のとき、2直線 L と M の交点 P の座標は、 $(2, 1)$ でした。
よって、求める図形は円: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ (点 $(1, 2)$ を除く) となります。
($tx - y = t$, $x + ty = 2t + 1$ を連立して、 x, y について解きます。
 $x = (t^2 + 2t + 1) / (t^2 + 1)$, $y = 2t^2 / (t^2 + 1)$ となり、円①の方程式が導け
ます。)

① t の値が 1 のとき



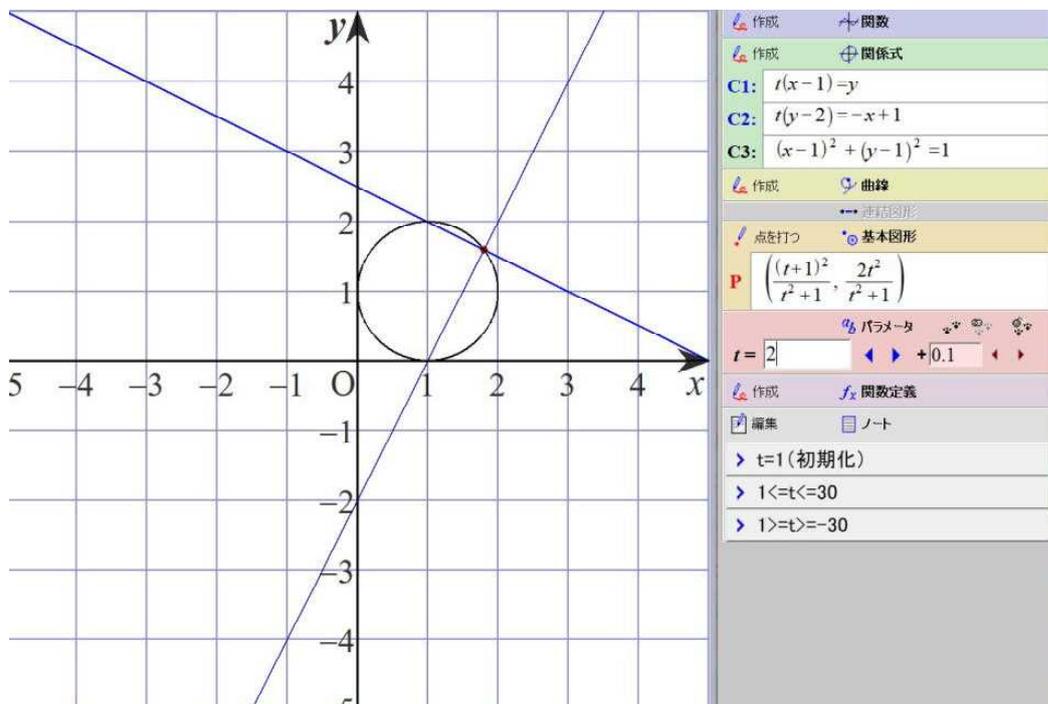
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.4
草 雲

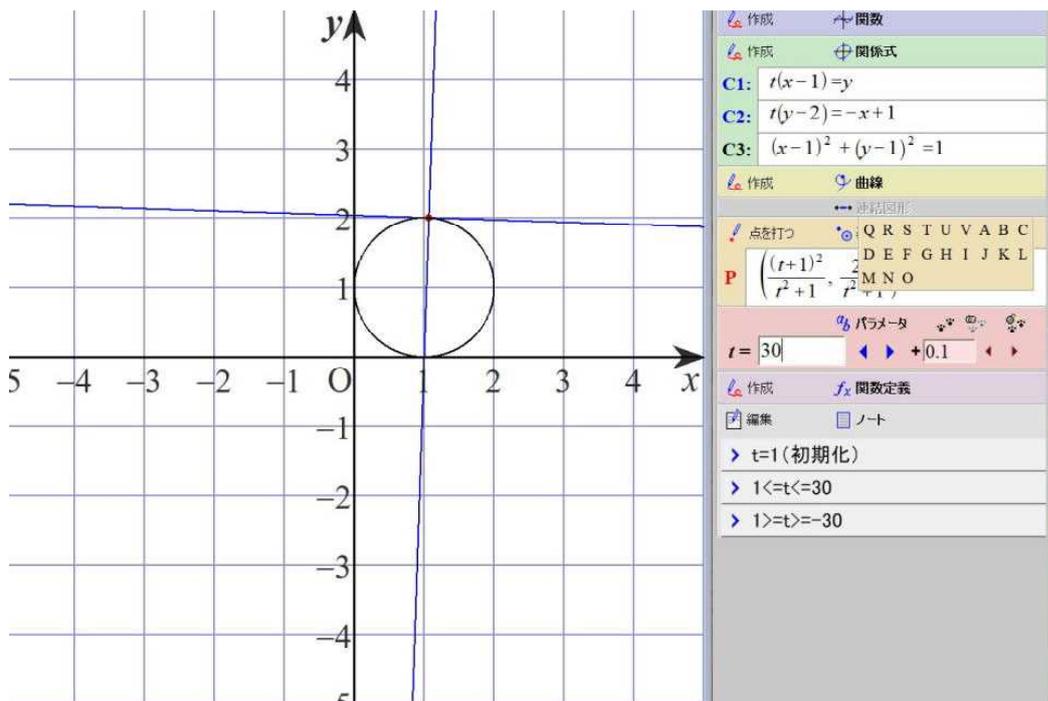
10 2直線の交点の軌跡

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② tの値が 2 のとき



③ tの値が 30 のとき



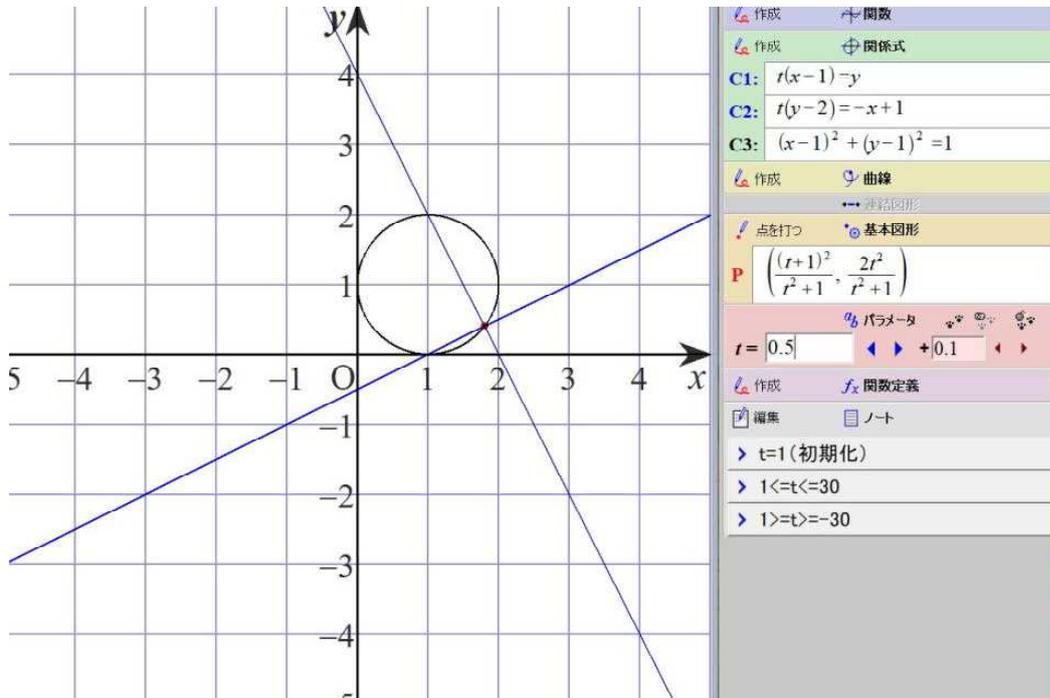
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.4
草 雲

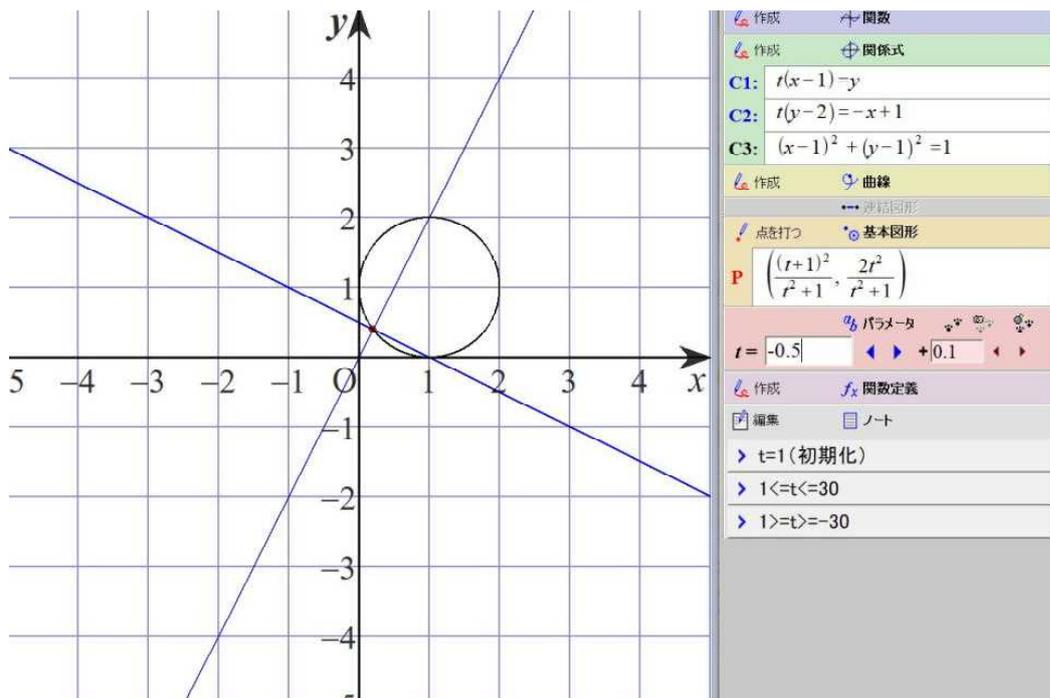
10 2直線の交点の軌跡

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

④ t の値が 0.5 のとき



⑤ t の値が -0.5 のとき



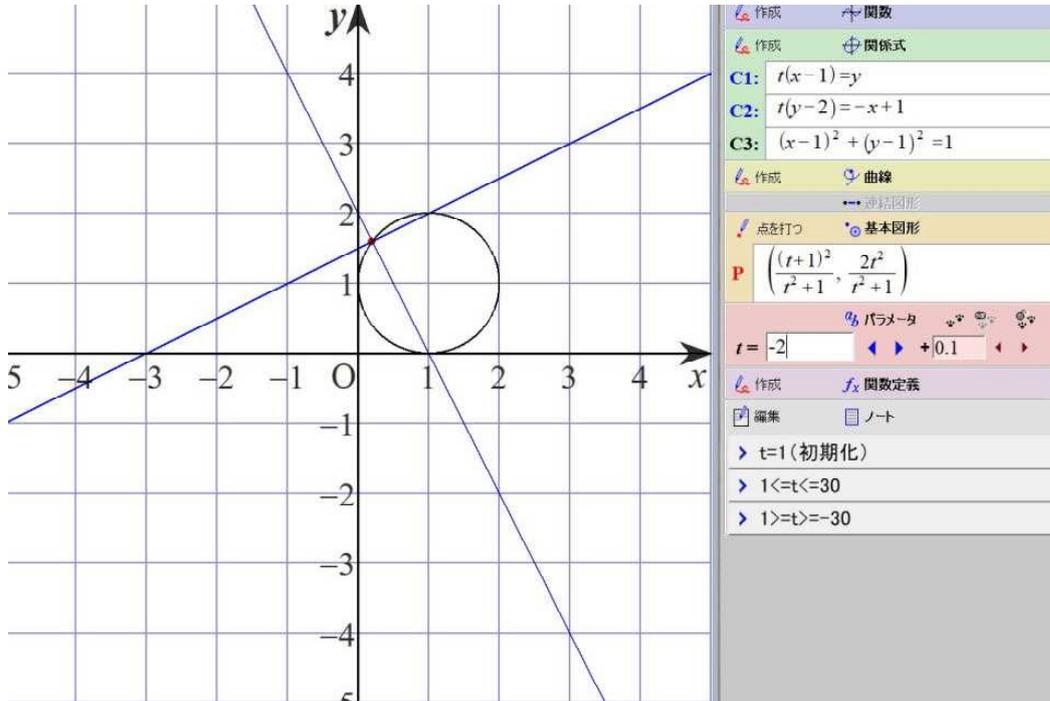
おもしろシミュレーション I (Grapes)

2024.2.4
草雲

10 2直線の交点の軌跡

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑥ t の値が -2 のとき



⑦ t の値が -30 のとき

