

おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.20
草 雲

1 東北大学

(1) 入試問題

不等式 $2y > x + 1 + 3|x - 1|$ が表す座標平面上の領域をDとする。
実数 a に対して、放物線Cを $y = x^2 - 2ax + a^2 + a + 2$ と定める。
このとき、C上の点が全てDの点となるような a の範囲を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月20日

【使用PC】

VersaPro J VF-F

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

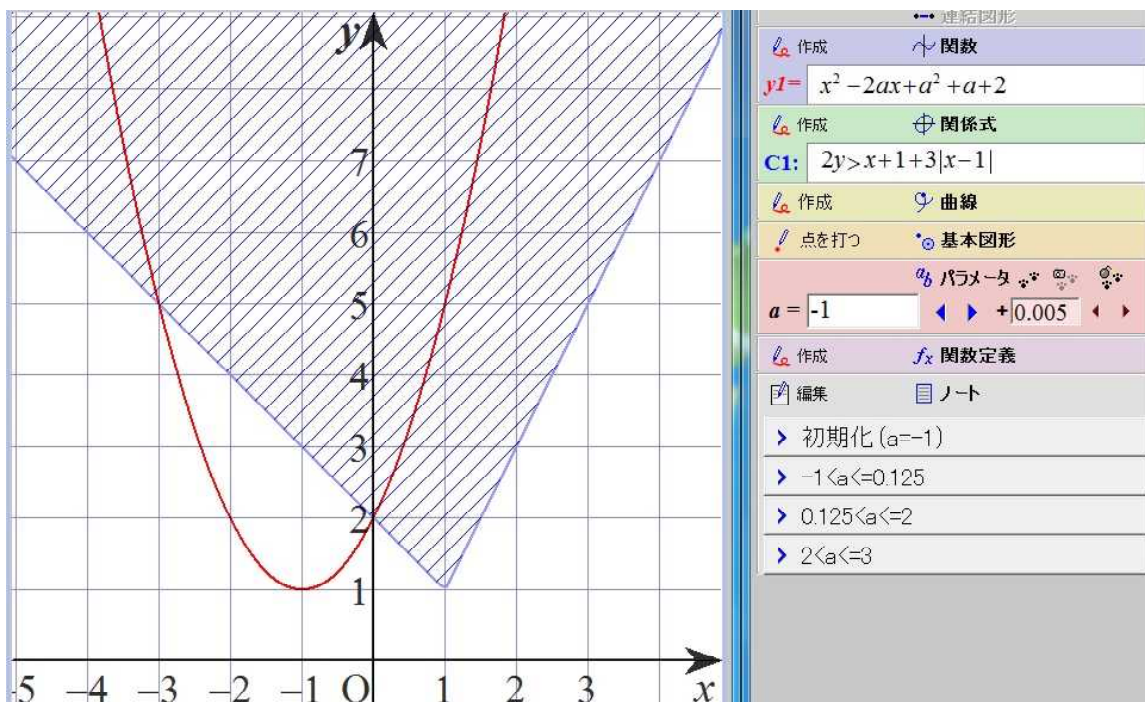
【使用スクリプト】

自作ファイル
『touhoku.gps』

【考察】

a の値を -1 から 3 まで、 0.005 刻みに変化させて、放物線の様子を観察しました。
直線 $y = -x + 2$ ($x < 1$) と放物線Cが接するときは、両者の連立方程式が重解を持つときなので、重解条件より $a = 1/8$ (重解 $x = -3/8$) を計算して求めました。
直線 $y = 2x - 1$ ($x \geq 1$) と放物線Cが接するときも、両者の連立方程式が重解を持つときなので、重解条件より $a = 2$ (重解 $x = 3$) を計算して求めました。
よって、C上の点が全てDの点となるような a の範囲は、放物線Cが直線 $y = -x + 2$ と接してから、直線 $y = 2x - 1$ と接するまでの間であるから、 $\frac{1}{8} \leq a \leq 2$ となります。

① a の値が -1 のとき



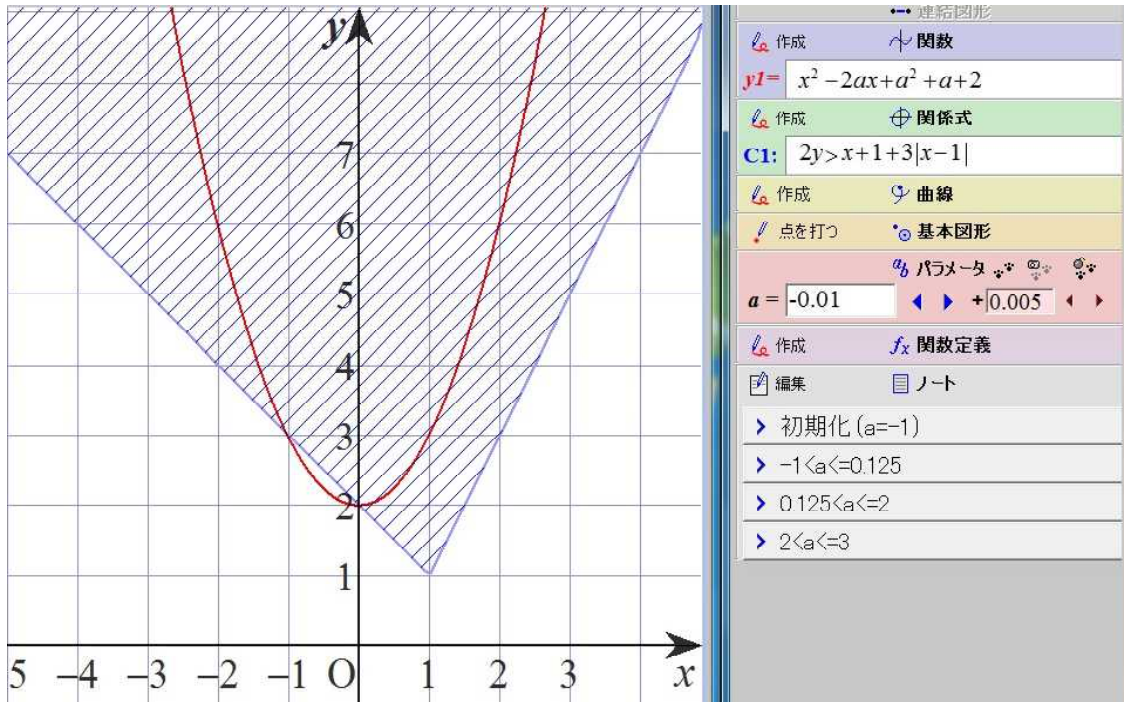
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.20
草 雲

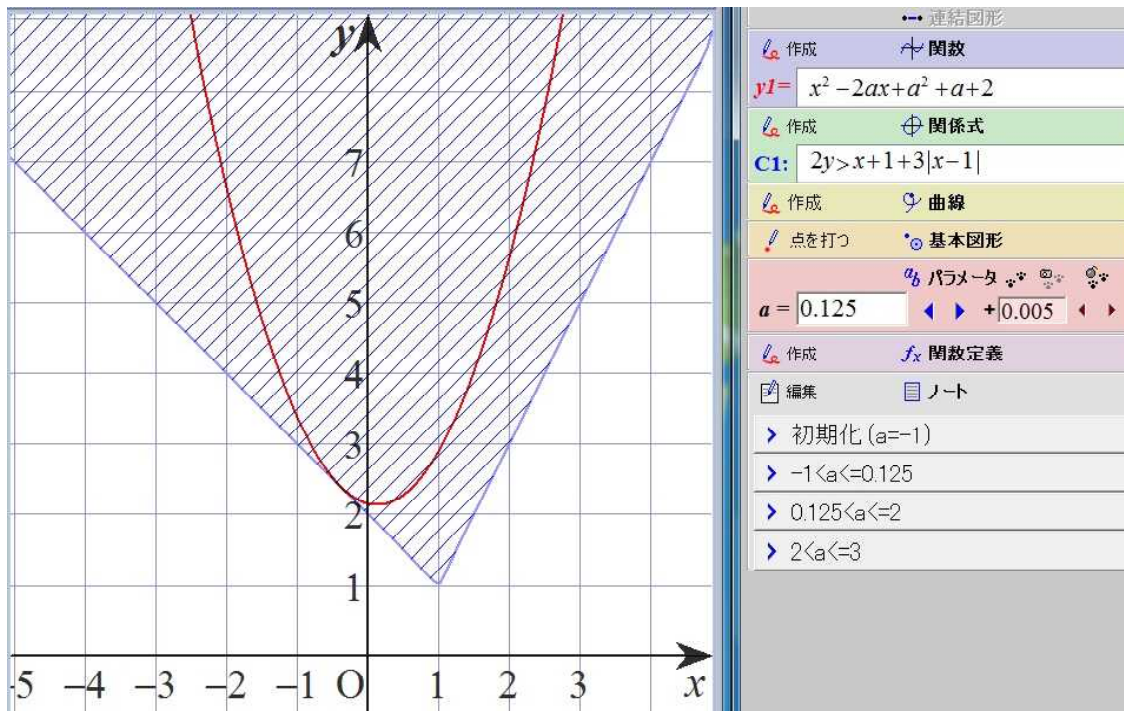
1 東北大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② a の値が -0.01 のとき



③ a の値が 0.125 ($1/8$) のとき



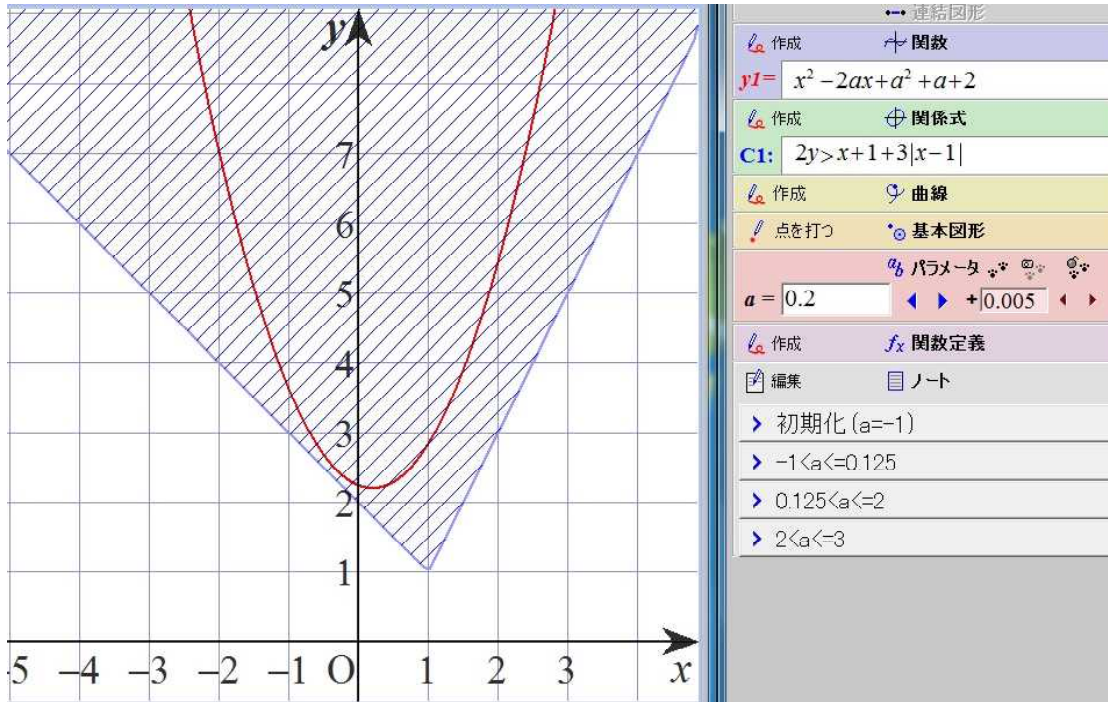
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.20
草 雲

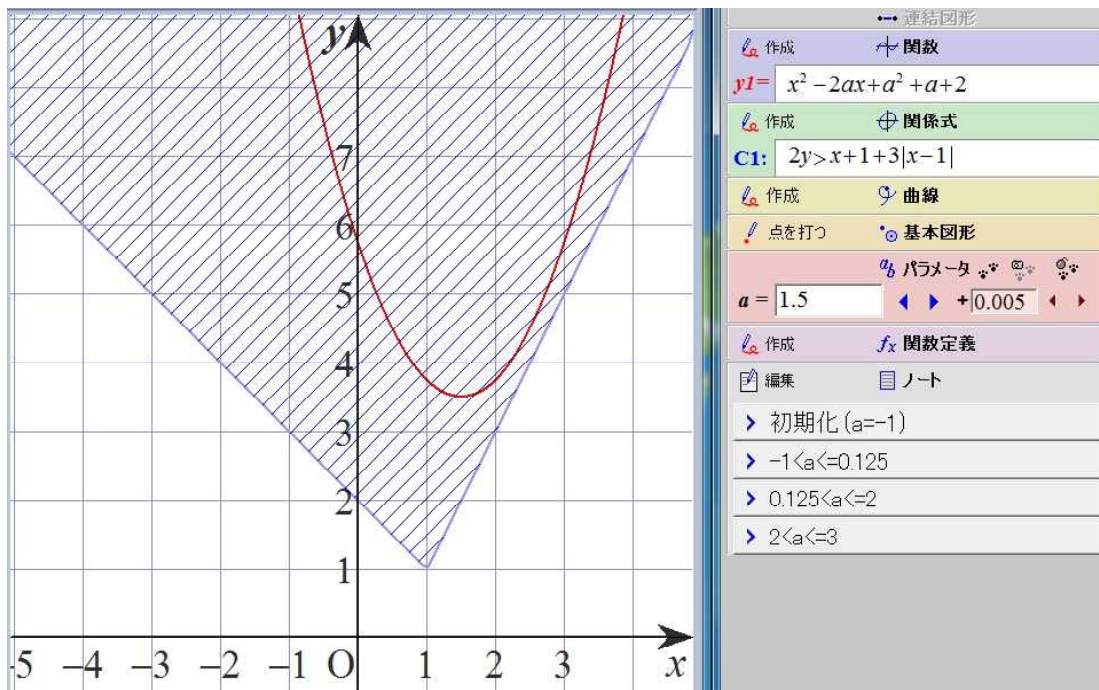
1 東北大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

④ a の値が 0.2 のとき



⑤ a の値が 1.5 のとき



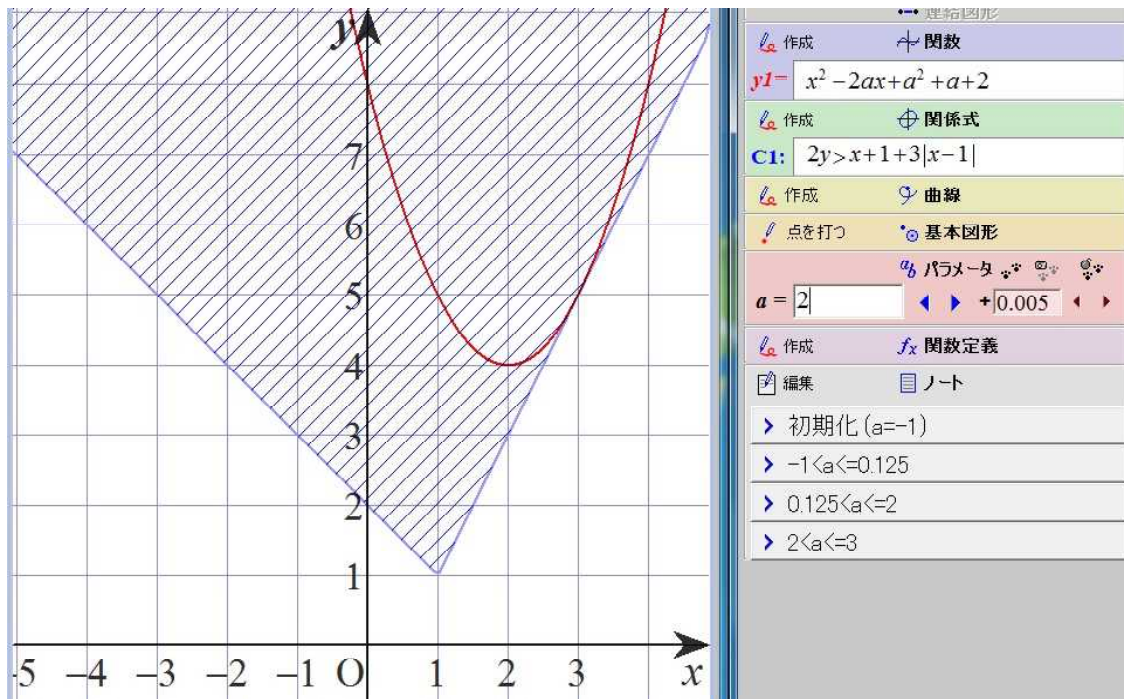
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.20
草 雲

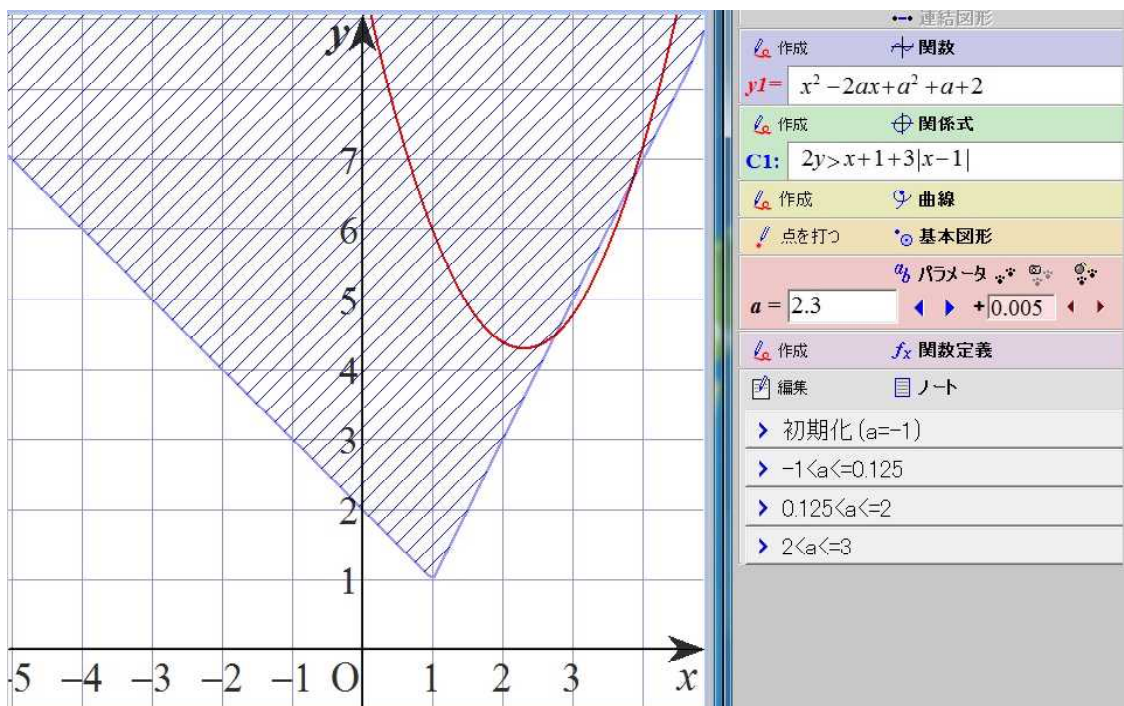
1 東北大学

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

⑥ a の値が 2 のとき



⑦ a の値が 2.3 のとき



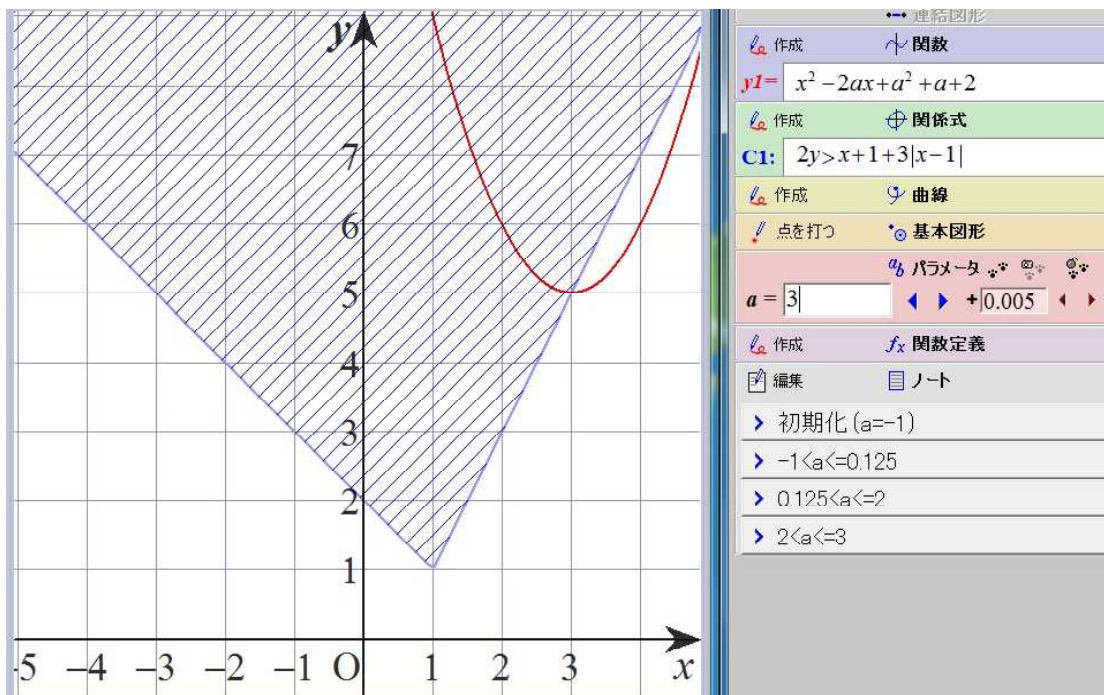
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.20
草 雲

1 東北大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑧ a の値が 3 のとき



おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.21
草 雲

2 関西学院大学

(1) 入試問題

$c > 0$ とする。

$x y$ 平面上の放物線 $y = x^2 - 1$ と円 $x^2 + y^2 = c^2$ の共有点の個数を考える。
共有点の個数が最大になる c の値の範囲を求めよ。

また、共有点の個数が奇数になるときの c の値を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月21日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル

『kansei.gps』

【考察】

円の半径 c を 0.7 から 1.2 まで、0.001 刻みに変化させて共有点の個数を観察しました。

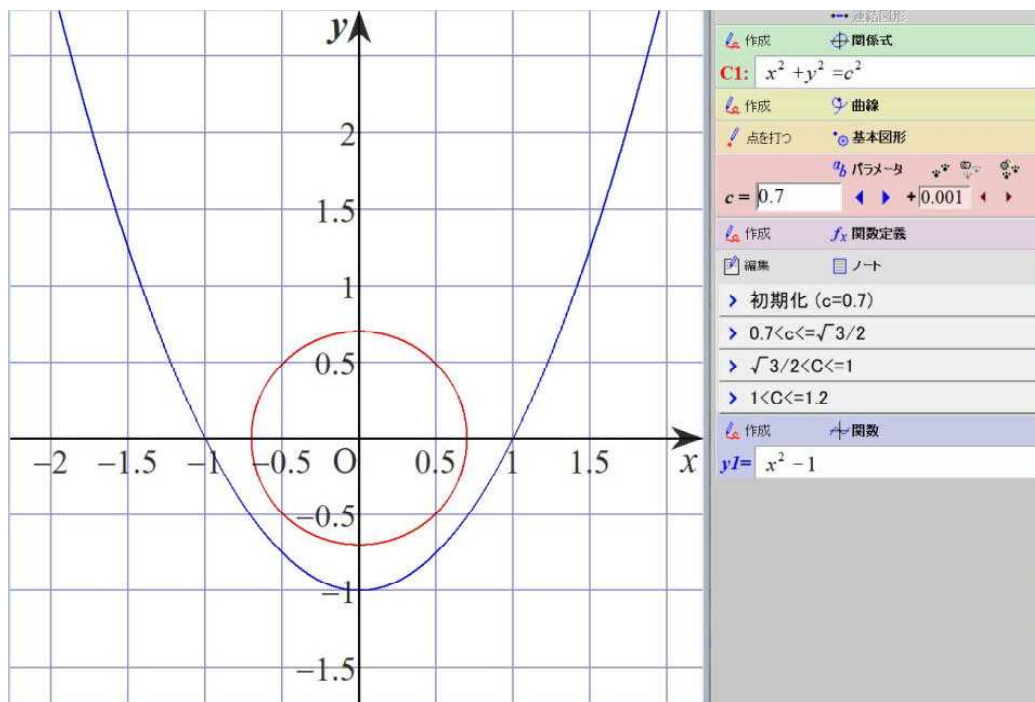
円が放物線と 2 点で接するときは、両者の連立方程式が重解を持つときなので、重解条件より、 $c = \sqrt{3}/2$ を計算して求めました。

共有点の個数について、 $c < \sqrt{3}/2$ のとき 0 個、 $c = \sqrt{3}/2$ のとき 2 個、 $\sqrt{3}/2 < c < 1$ のとき 4 個、 $c = 1$ のとき 3 個、 $c > 1$ のとき 2 個でした。

よって、共有点の個数の最大値は 4 個で、そのときの c の値の範囲は、 $\sqrt{3}/2 < c < 1$ になります。

また、共有点の奇数の個数は 3 個で、そのときの c の値は、 $c = 1$ になります。

① 円の半径 c が 0.7 のとき



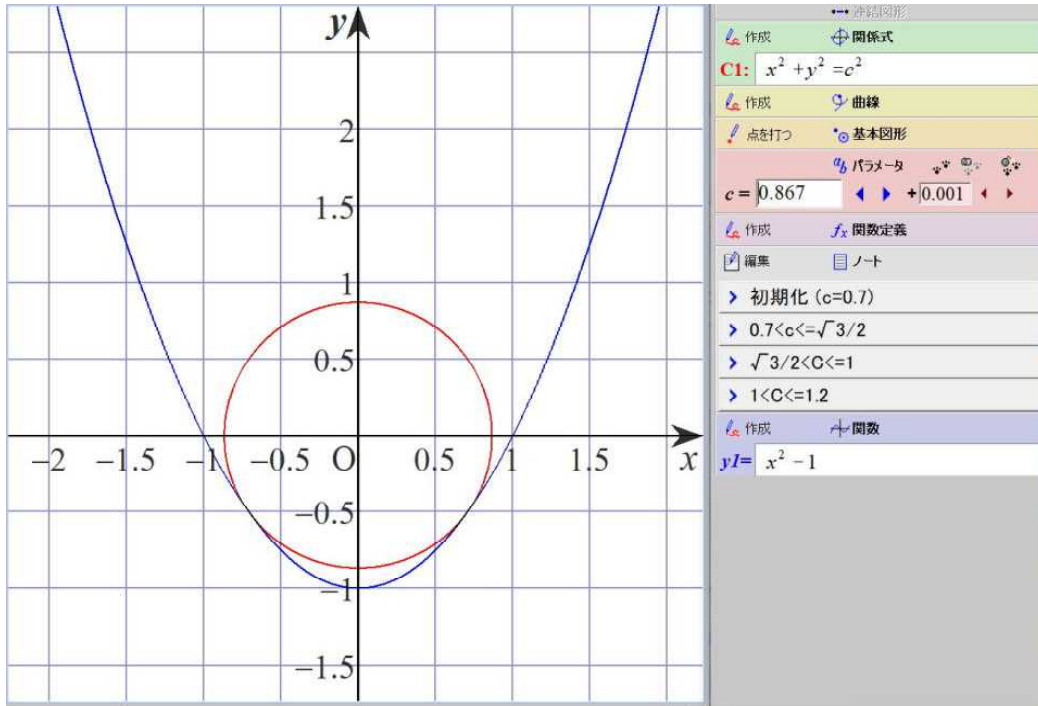
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.21
草 雲

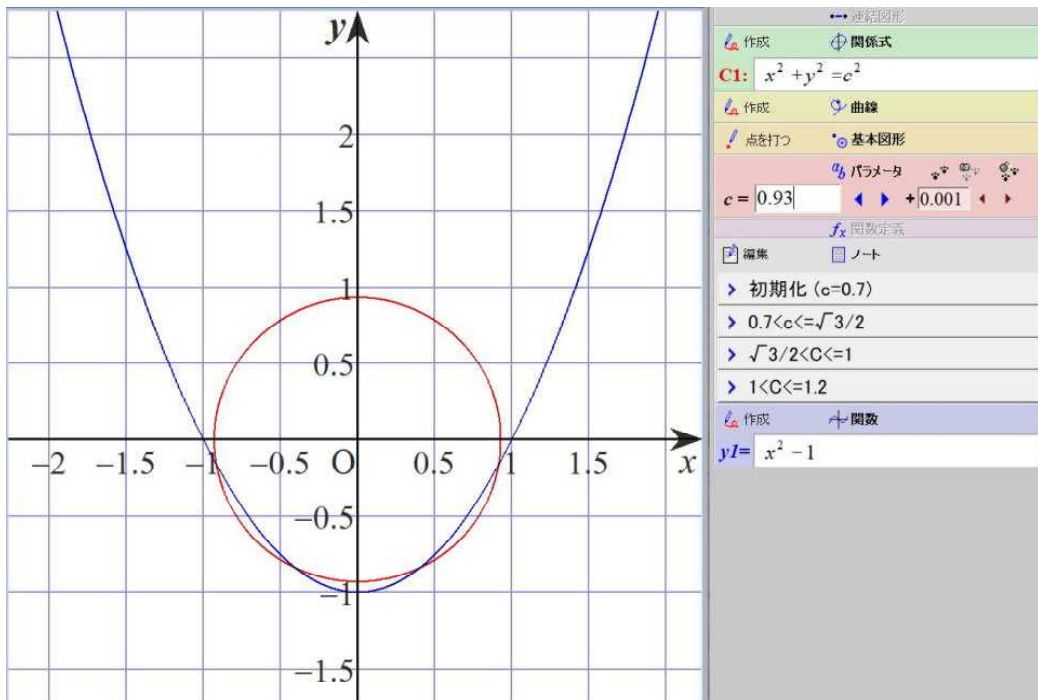
2 関西学院大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② 円の半径 c が $\sqrt{3}/2$ のとき



③ 円の半径 c が 0.93 のとき



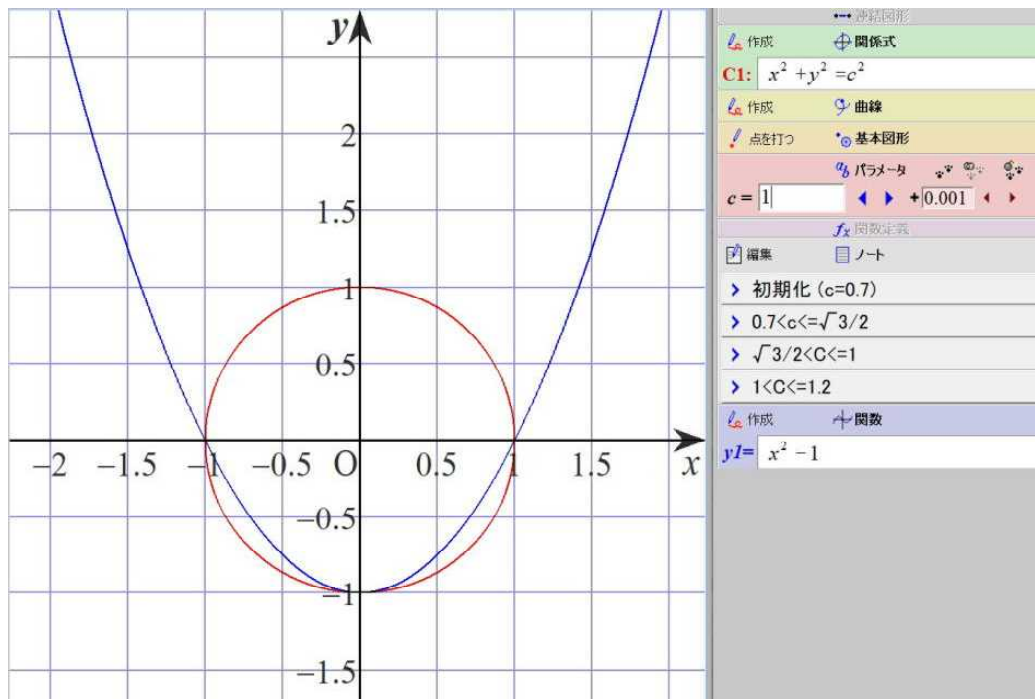
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.21
草雲

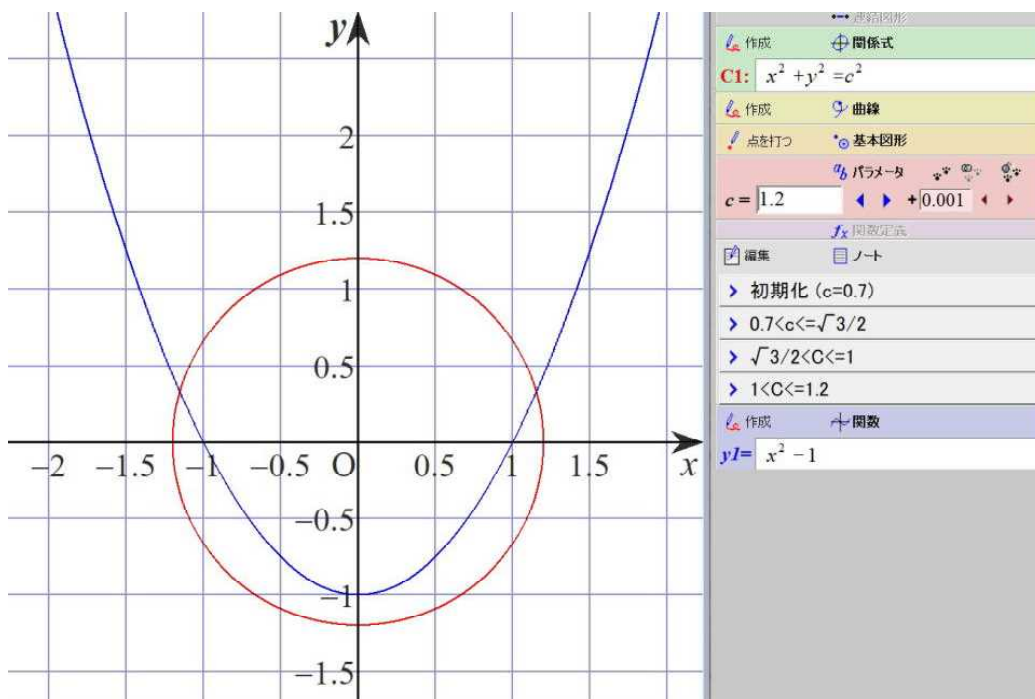
2 関西学院大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

④ 円の半径 c が 1 のとき



⑤ 円の半径 c が 1.2 のとき



おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.22
草 雲

3 聖徳学園大学

(1) 入試問題

放物線 $y = (x - p)^2 - 3$ について、
この放物線が、3点 $(0, 0)$ 、 $(0, -2)$ 、 $(2, 0)$ を頂点とする三角形と交わるような実数 p の値の範囲を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月22日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

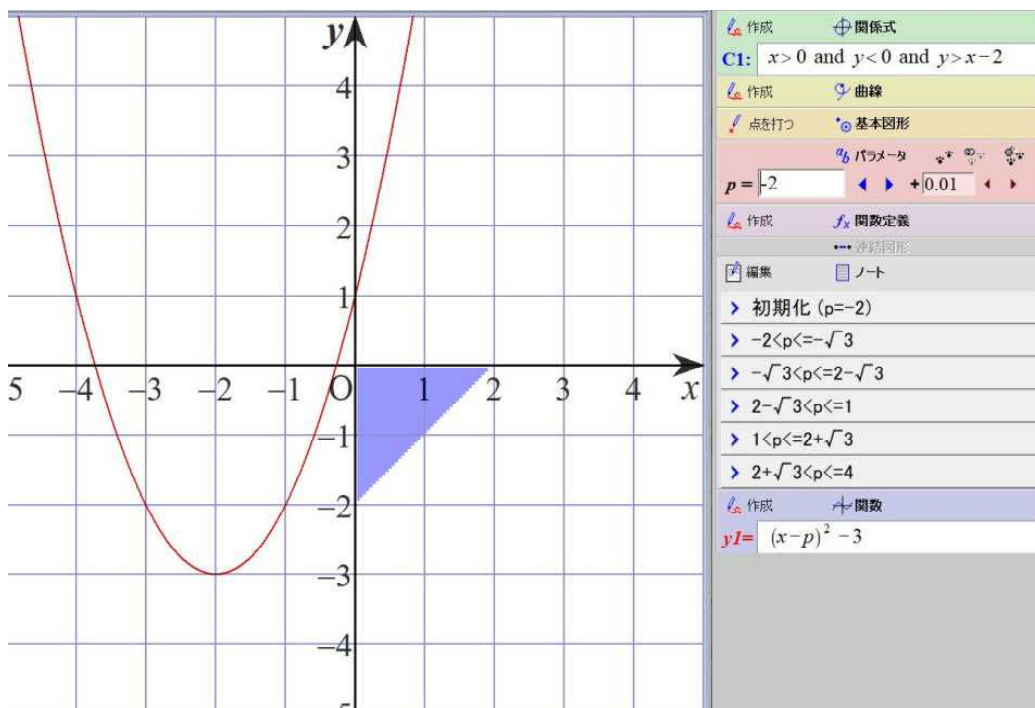
【使用スクリプト】

自作ファイル
『syoutoku.gps』

【考察】

放物線の頂点の x 座標 p を -2 から 4 まで、 0.01 刻みに変化させて観察しました。
放物線が三角形の頂点 $(0, 0)$ を通るときから三角形の頂点 $(2, 0)$ を通るときまで、放物線は三角形と交わりました。
更に、放物線が三角形の頂点 $(0, -2)$ を通るときから三角形の頂点 $(2, 0)$ を通るときまで、放物線は三角形と交わりました。
放物線が $(0, 0)$ を通るとき $p = -\sqrt{3}$ 、 $(2, 0)$ を通るとき $p = 2 - \sqrt{3}$ です。
放物線が $(0, -2)$ を通るとき $p = 1$ 、 $(2, 0)$ を通るとき $p = 2 + \sqrt{3}$ です。
よって、 $-\sqrt{3} \leq p \leq 2 - \sqrt{3}$ 、 $1 \leq p \leq 2 + \sqrt{3}$ になります。

① p の値が -2 のとき



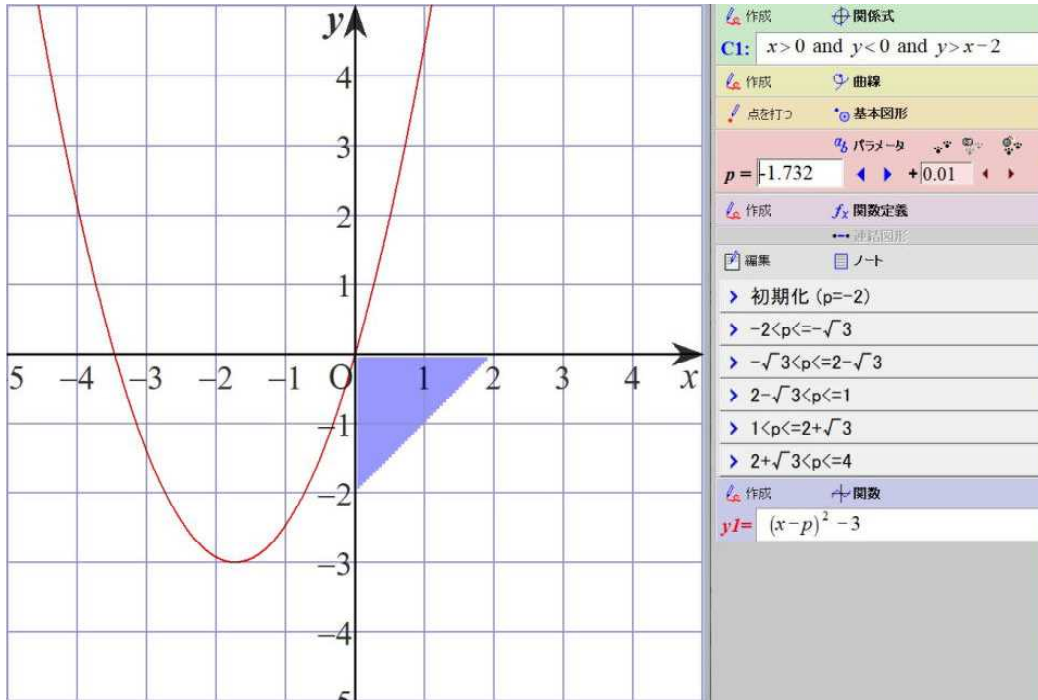
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.22
草 雲

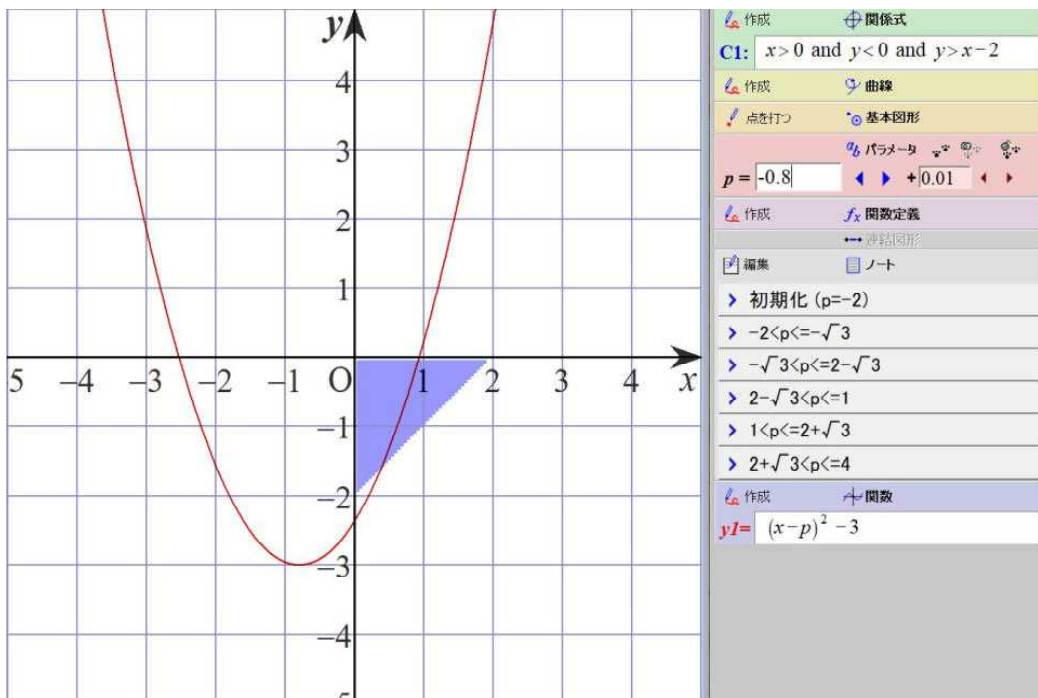
3 聖徳学園大学

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

② p の値が $-\sqrt{3}$ のとき



③ p の値が -0.8 のとき



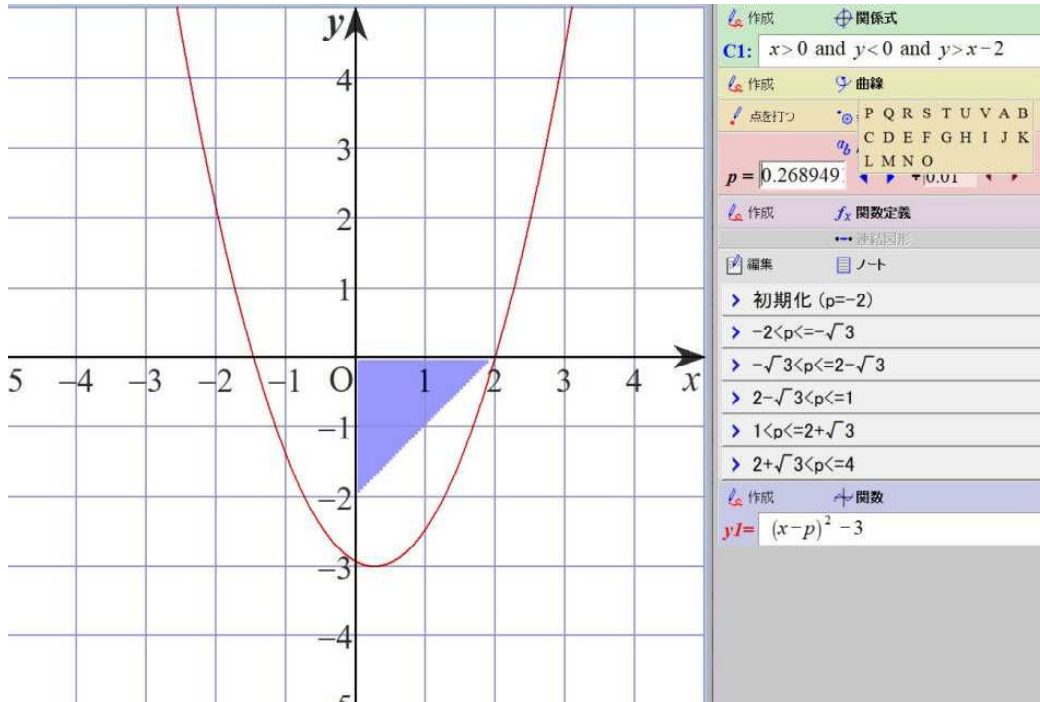
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.22
草雲

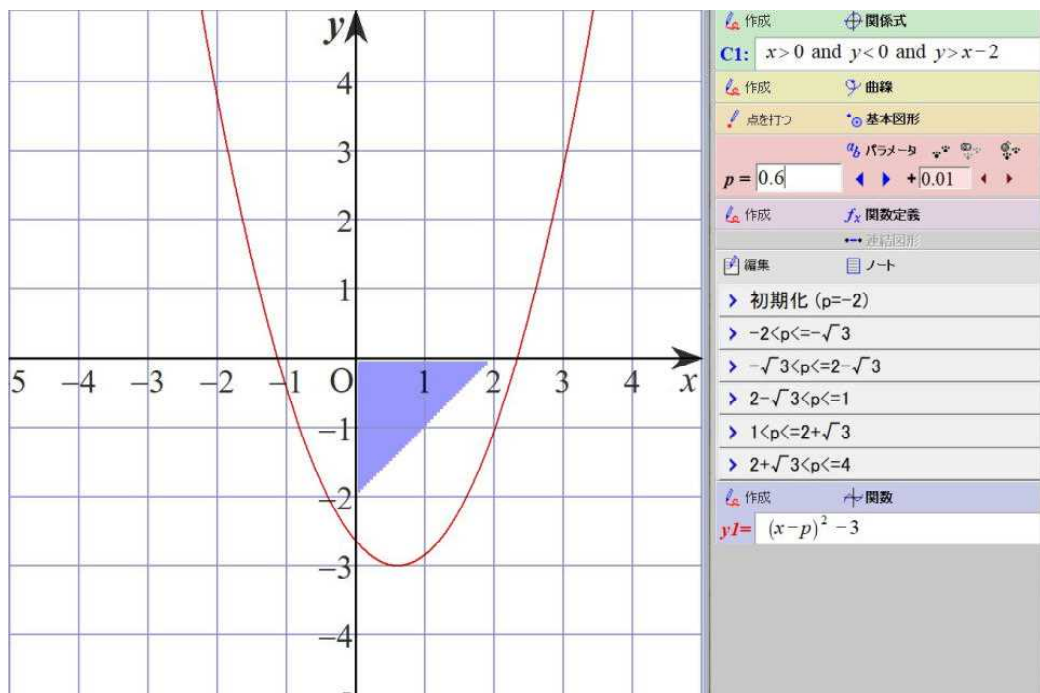
3 聖徳学園大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

④ p の値が $2 - \sqrt{3}$ のとき



⑤ p の値が 0.6 のとき



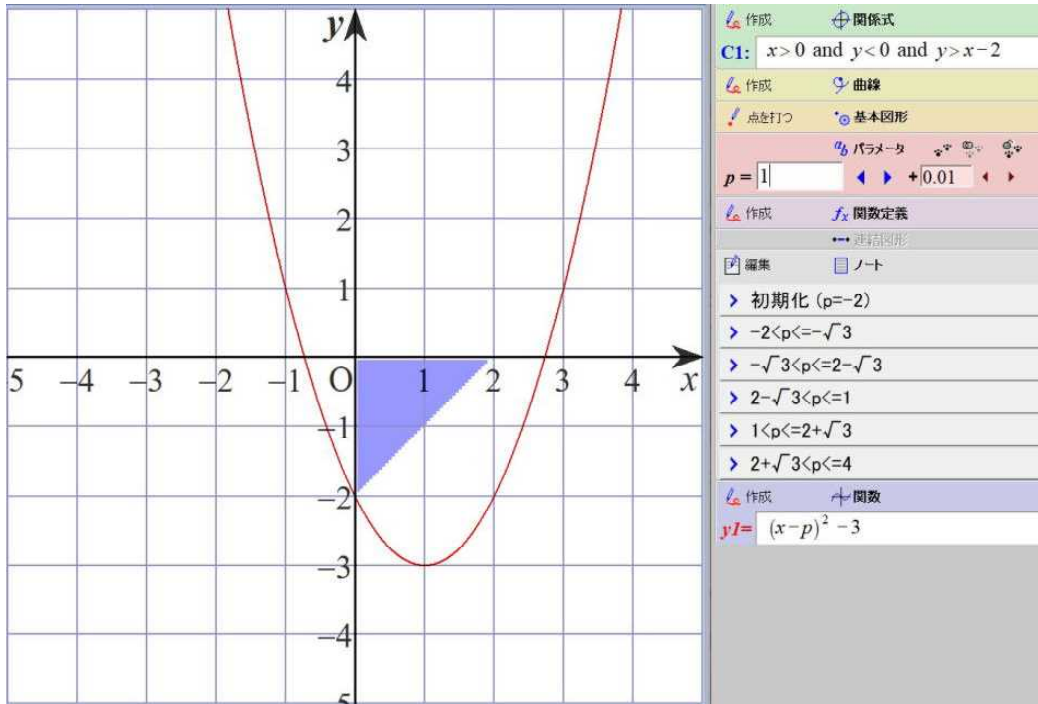
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.22
草雲

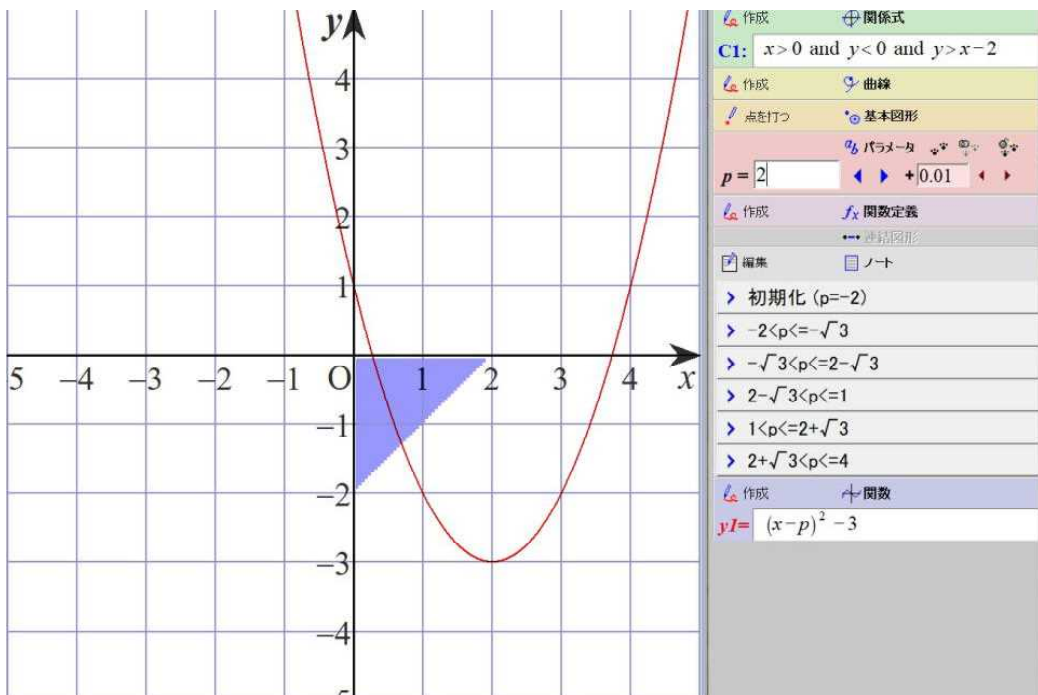
3 聖徳学園大学

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

⑥ p の値が 1 のとき



⑦ p の値が 2 のとき



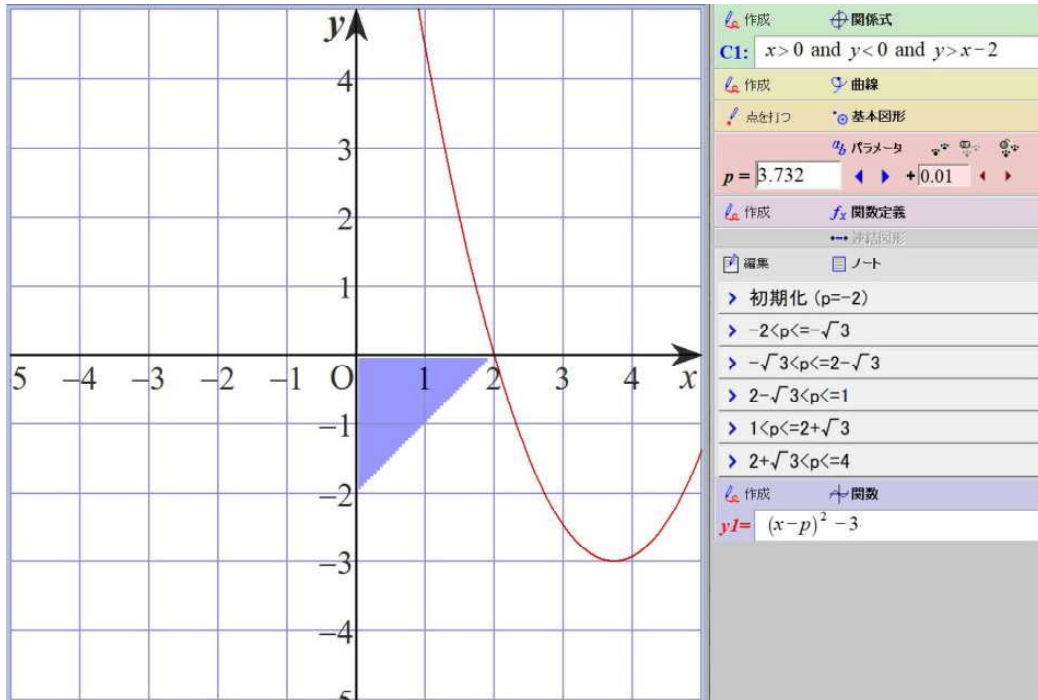
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.22
草 雲

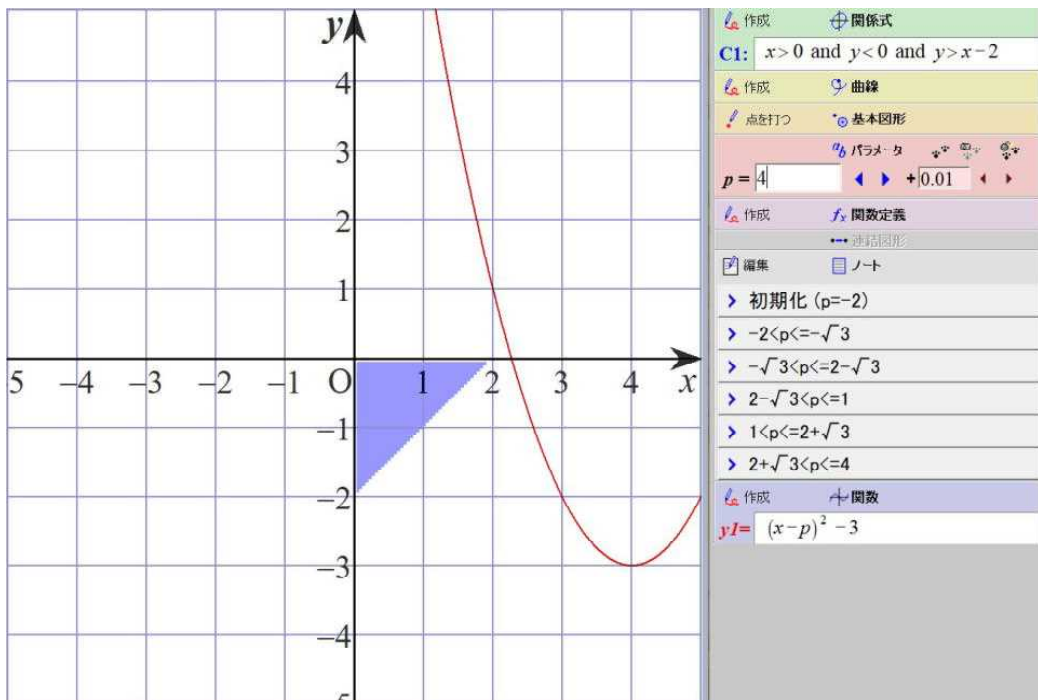
3 聖徳学園大学

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

⑧ p の値が $2 + \sqrt{3}$ のとき



⑨ p の値が 4 のとき



おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草 雲

4 創価大学

(1) 入試問題

2つの円 $x^2 + y^2 = 2 \cdots \textcircled{1}$ 、 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \cdots \textcircled{2}$ の2つの交点を通る円 $\cdots \textcircled{3}$ が、直線 $y = x$ と接するとき、その円の中心と半径を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月23日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

自作ファイル
『souka.gps』

【考察】

2つの円 $x^2 + y^2 = 2 \cdots \textcircled{1}$ 、 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \cdots \textcircled{2}$ の2つの交点を通る円は、 $k(x^2 + y^2 - 2) + (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1 = 0 \cdots \textcircled{3}$ と表すことができます。

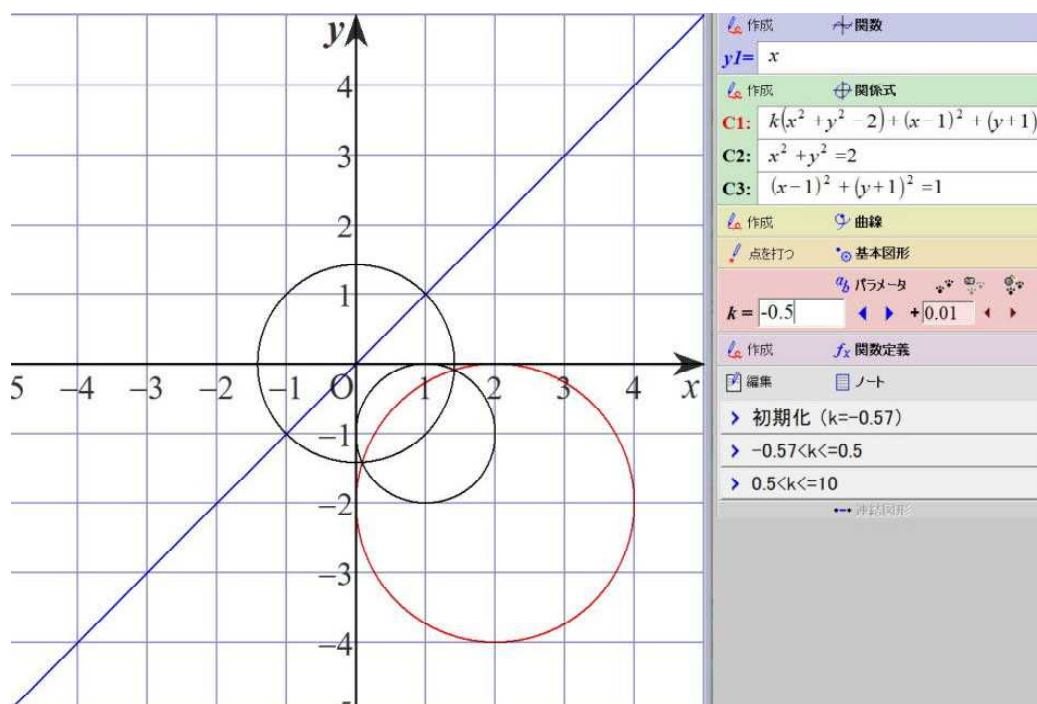
この円の方程式の k の値を -0.57 から 10 まで、及び、 -0.57 から -30 まで、変化させて観察しました。

$-0.57 < k \leq 0$ のとき、円 $\textcircled{3}$ は直線 $y = x$ と離れている。 $0 < k \leq 0.5$ のとき、円 $\textcircled{3}$ は直線 $y = x$ に近づいていき、直線 $y = x$ に接する。 $0.5 < k$ のとき、円 $\textcircled{3}$ は直線 $y = x$ と2点で交わる。 $-0.57 > k > -1$ のとき、円 $\textcircled{3}$ は直線 $y = x$ と離れている。 $k = -1$ のとき、円 $\textcircled{3}$ は円ではなく直線になる。 $-1 > k$ のとき、円 $\textcircled{3}$ は直線 $y = x$ と2点で交わる。

よって、円 $\textcircled{3}$ が直線 $y = x$ と接するときの k の値を計算して求めると、

$$k = \frac{1}{2} \quad \text{中心} \left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3} \right), \quad \text{半径} \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

① k の値が -0.5 のとき



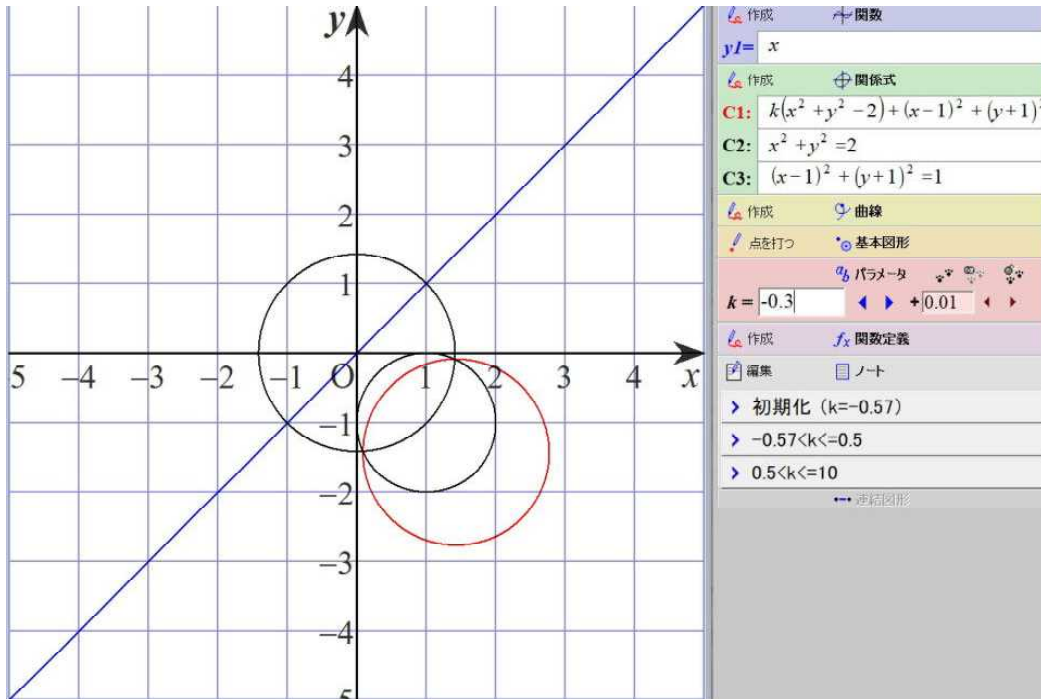
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草 雲

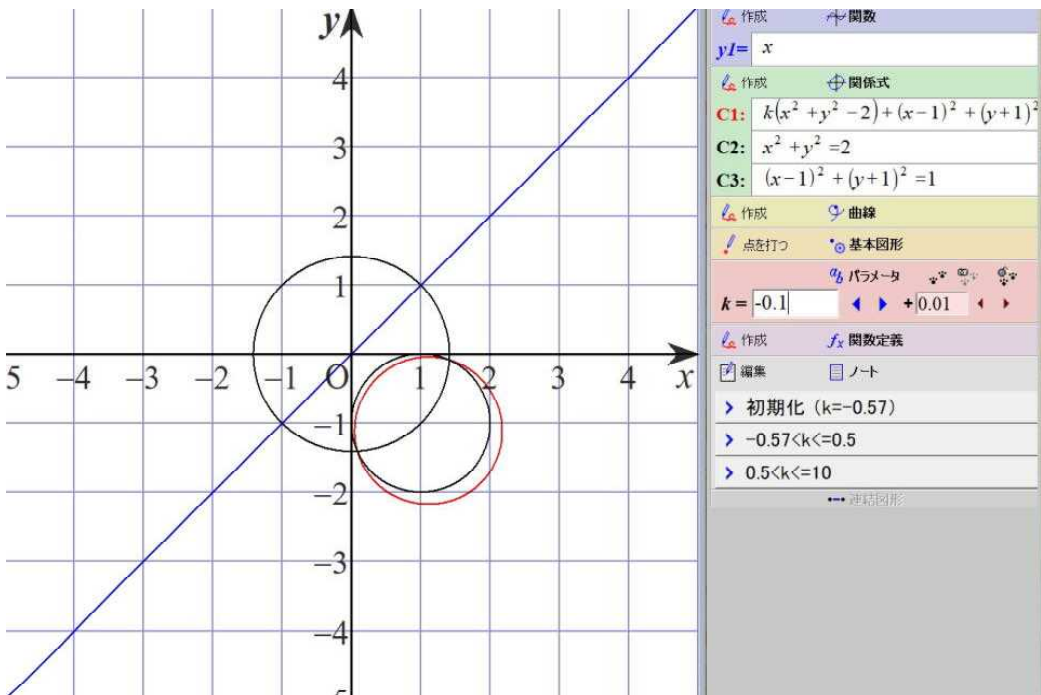
4 創価大学

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

② k の値が -0.3 のとき



③ k の値が -0.1 のとき



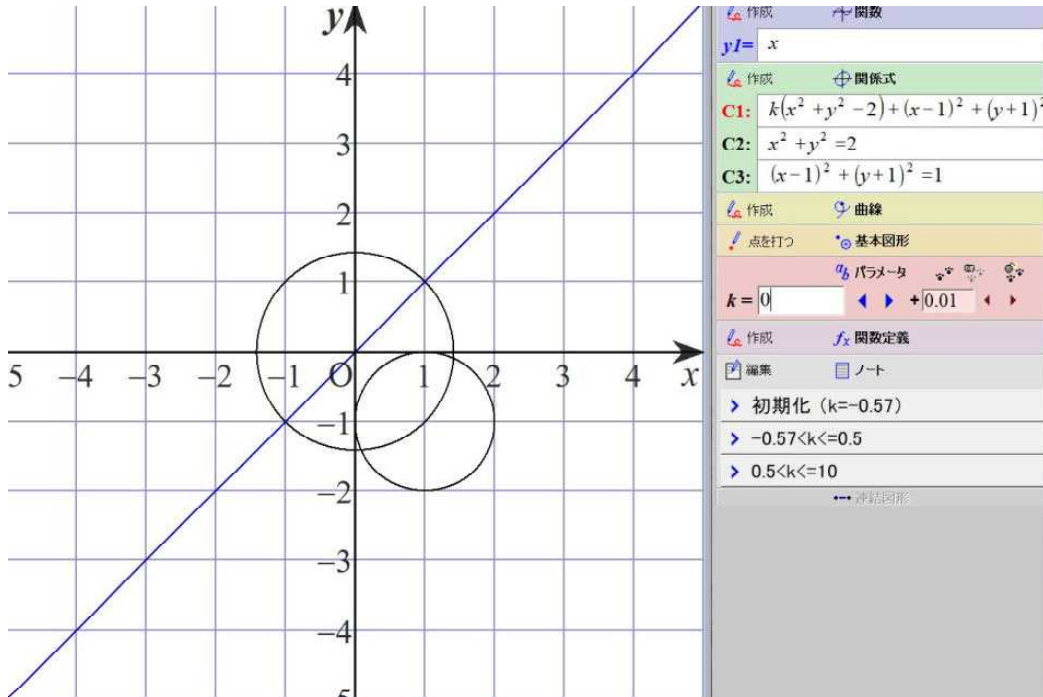
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草雲

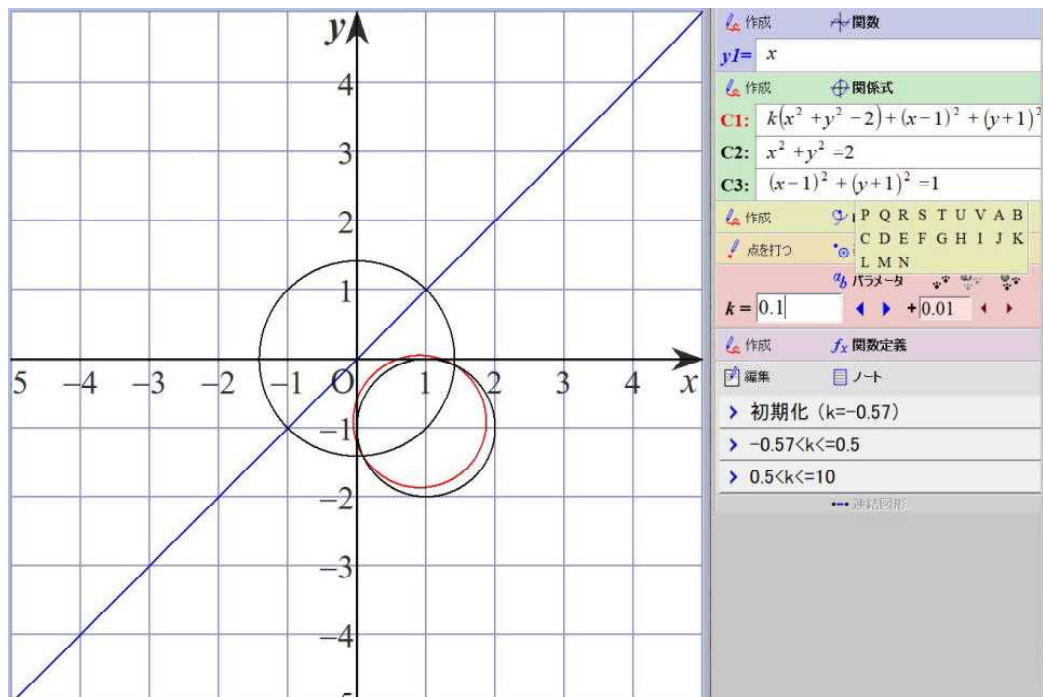
4 創価大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

④ k の値が 0 のとき



⑤ k の値が 0.1 のとき



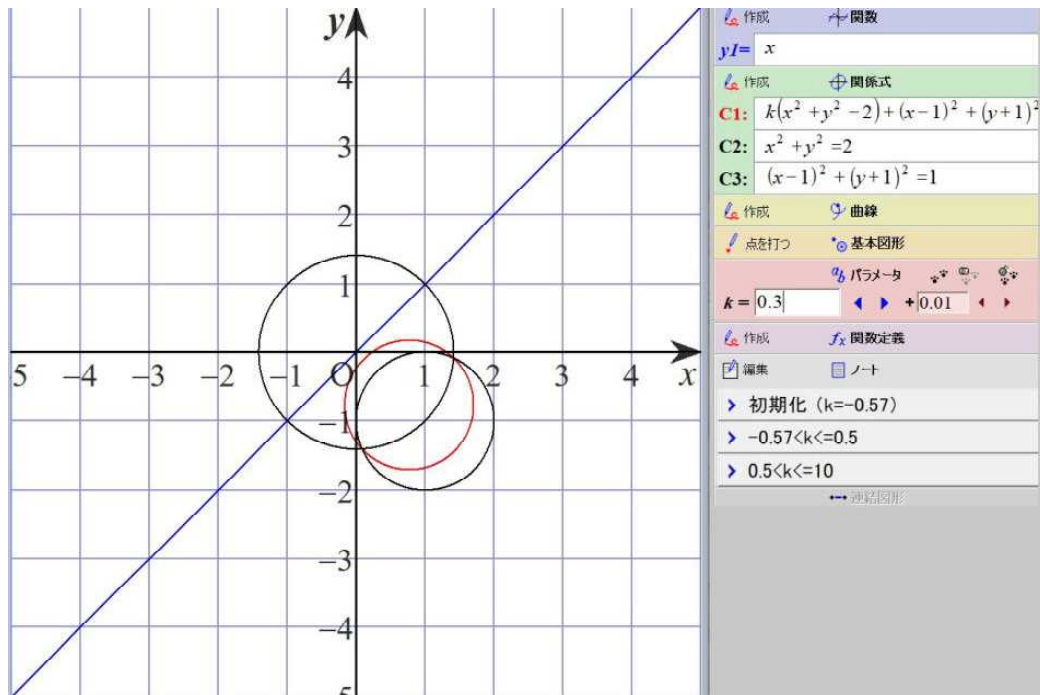
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草 雲

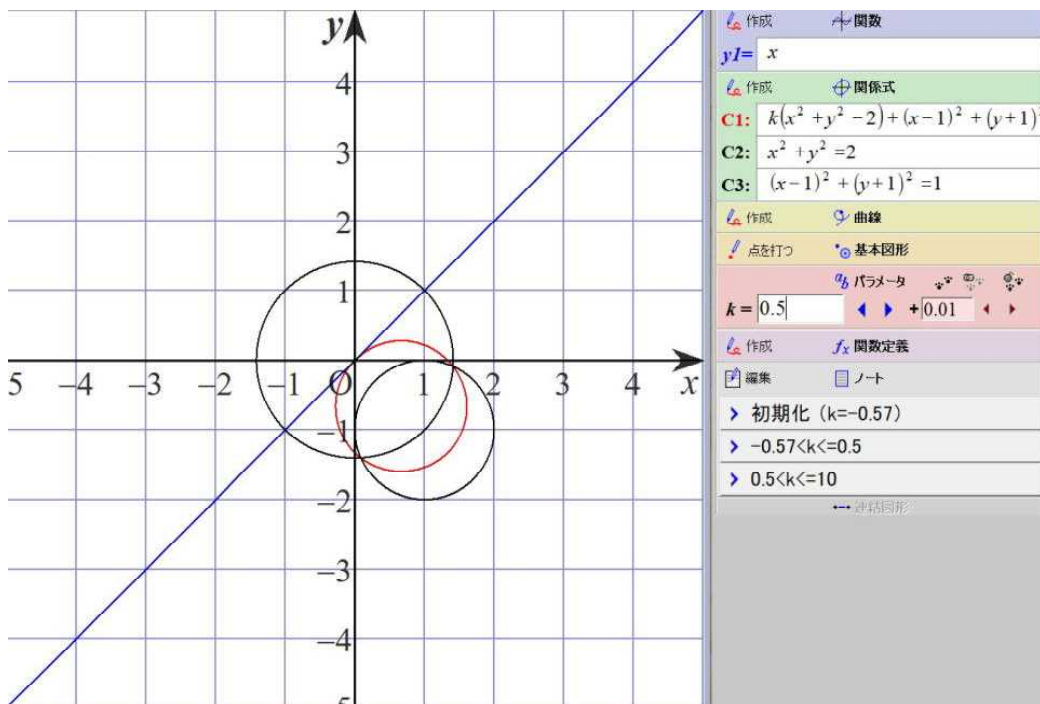
4 創価大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑥ kの値が 0.3 のとき



⑦ kの値が 0.5 のとき



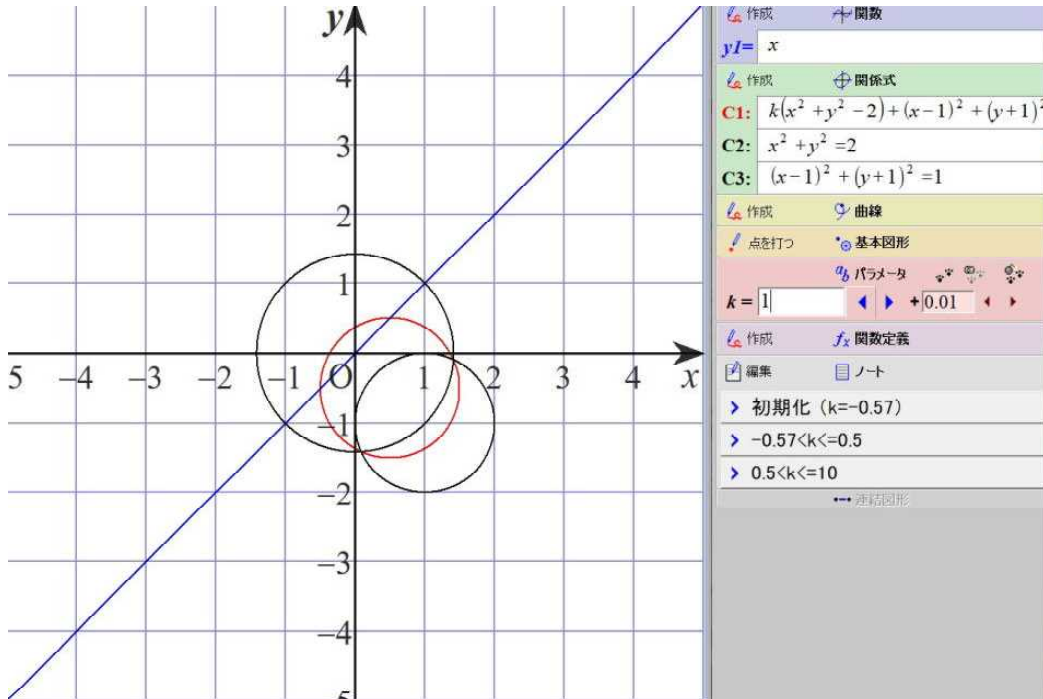
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草雲

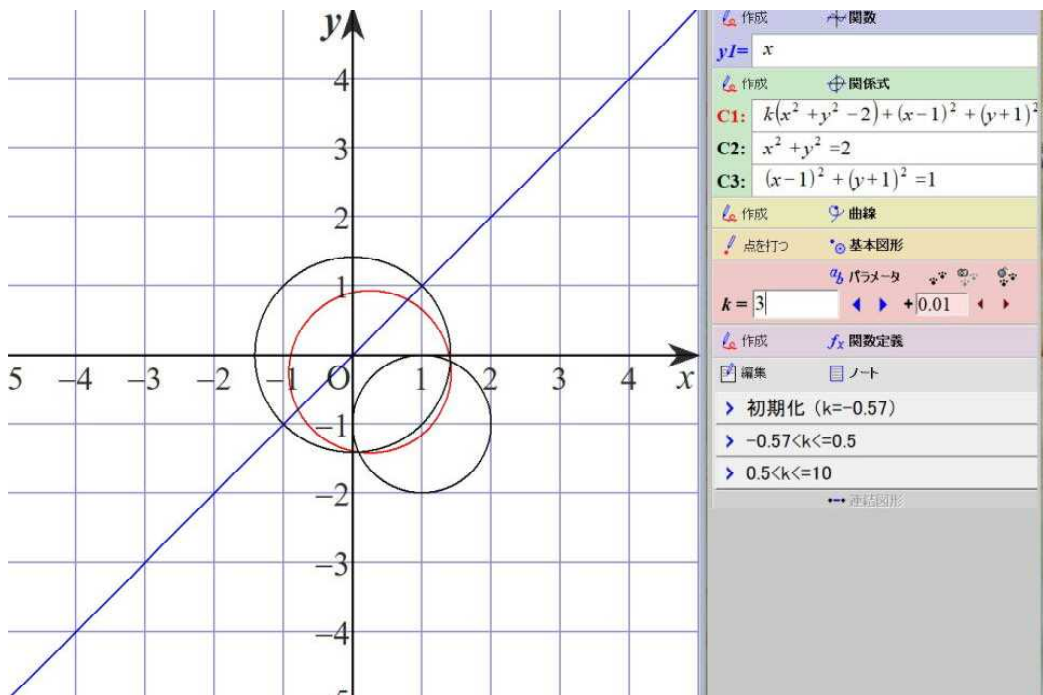
4 創価大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑧ kの値が 1 のとき



⑨ kの値が 3 のとき



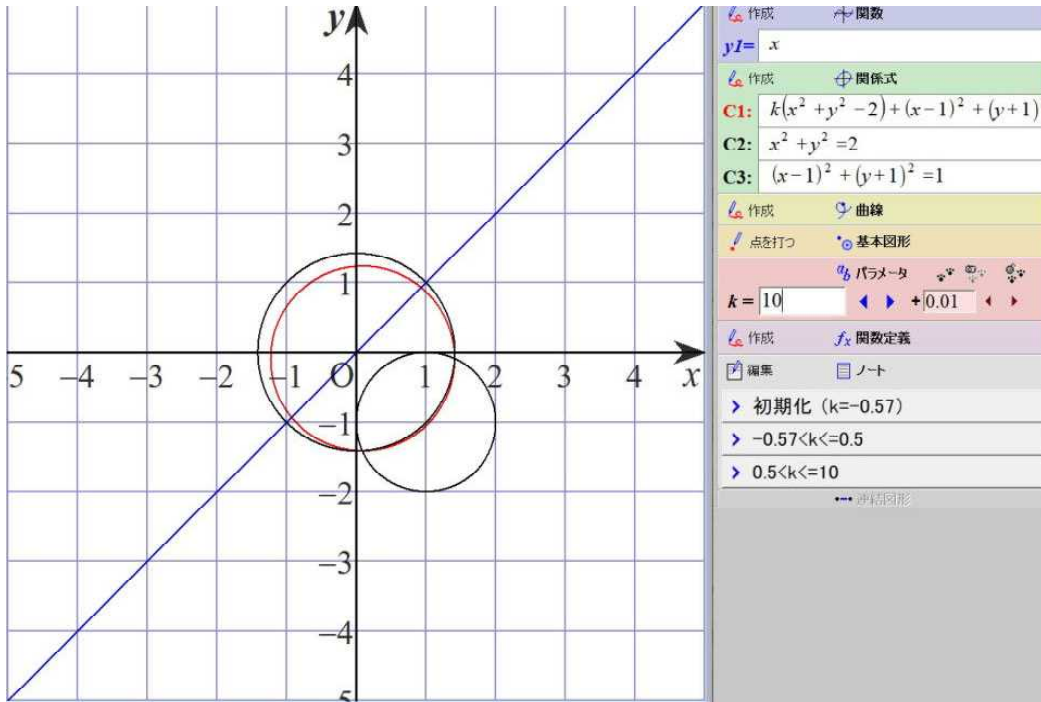
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草雲

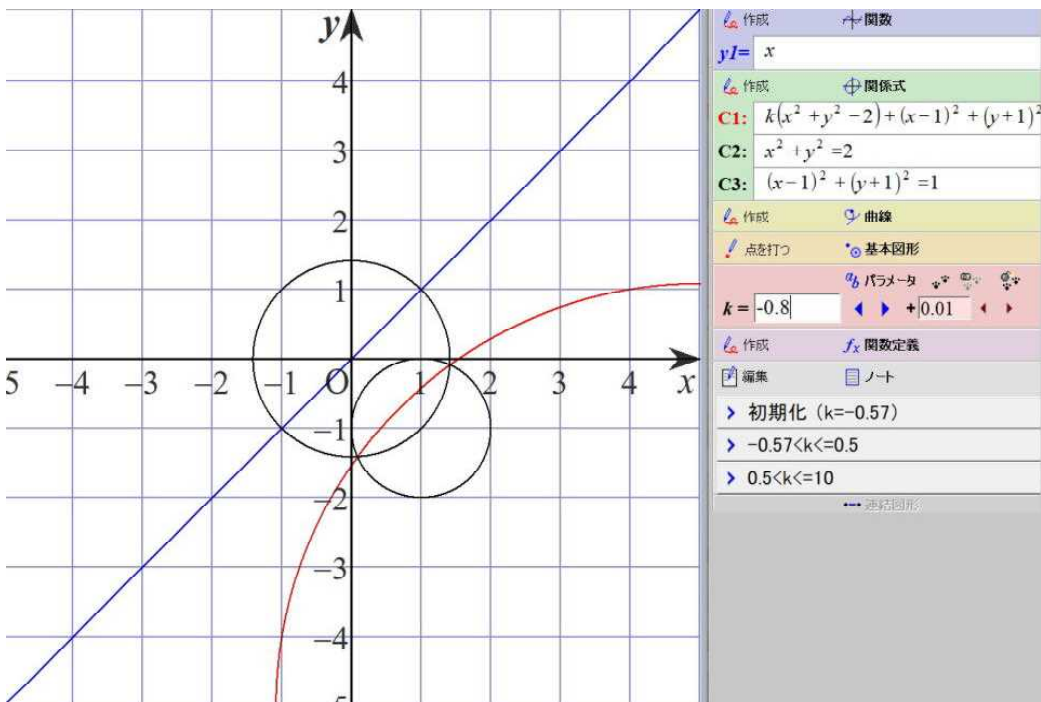
4 創価大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑩ k の値が 10 のとき



⑪ k の値が -0.8 のとき



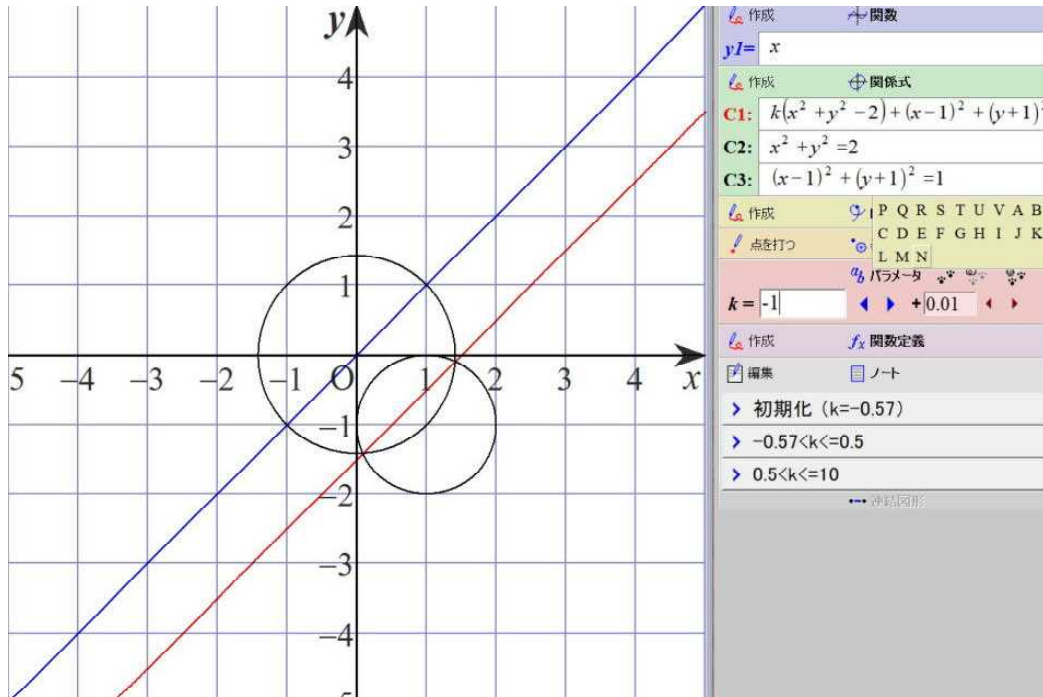
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草雲

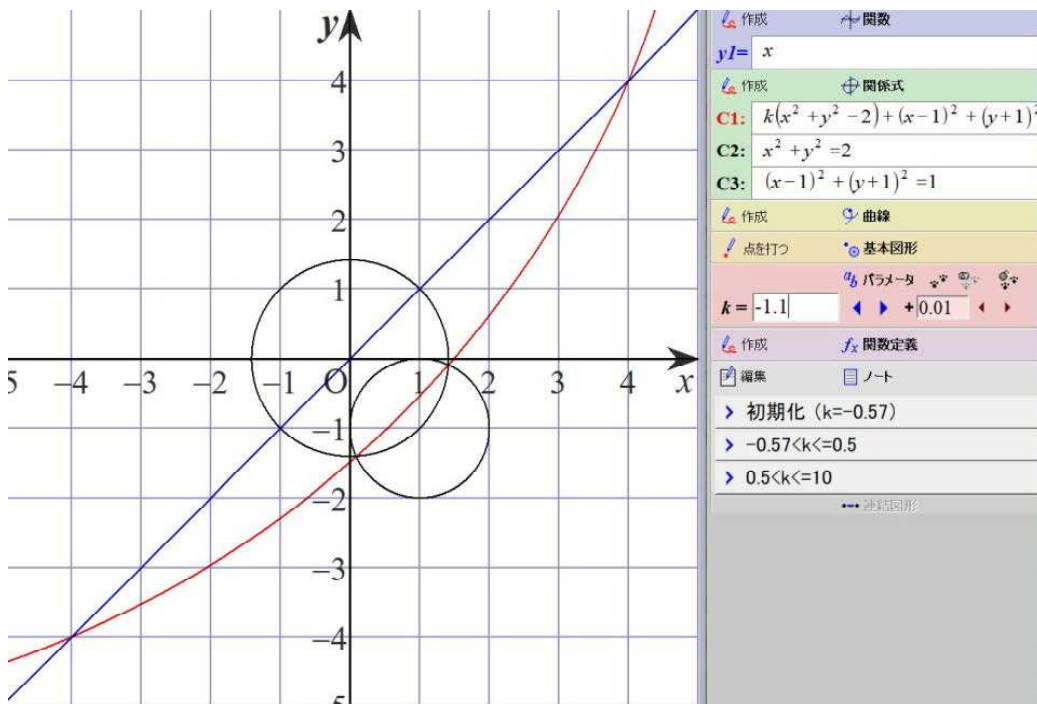
4 創価大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑫ k の値が -1 のとき



⑬ k の値が -1.1 のとき



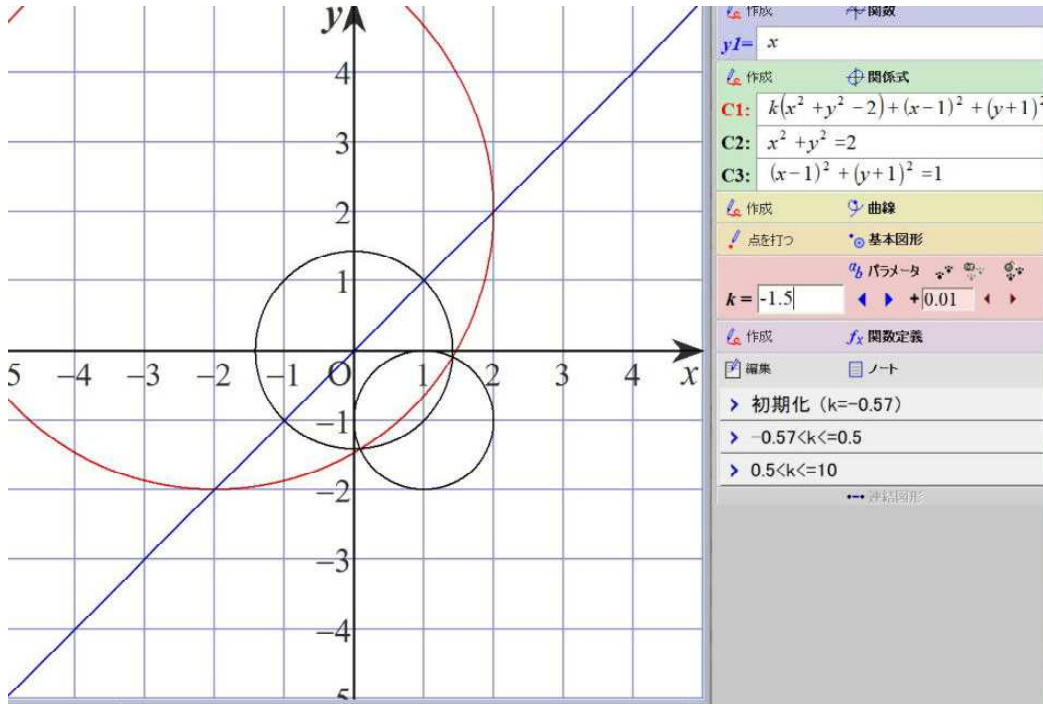
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草雲

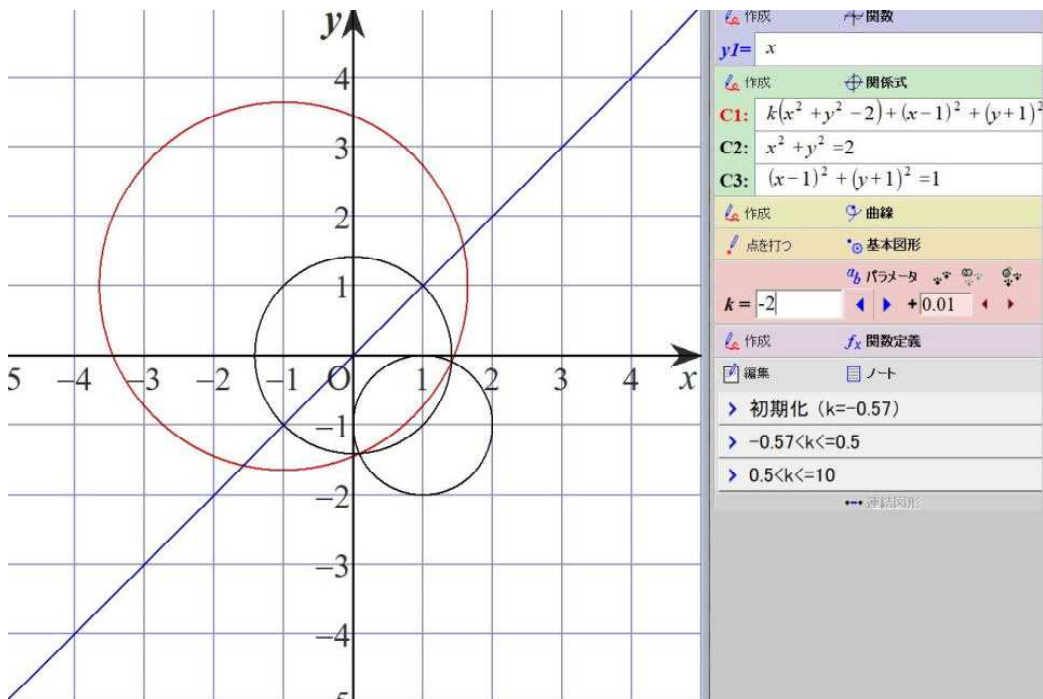
4 創価大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑭ kの値が -1.5 のとき



⑮ kの値が -2 のとき



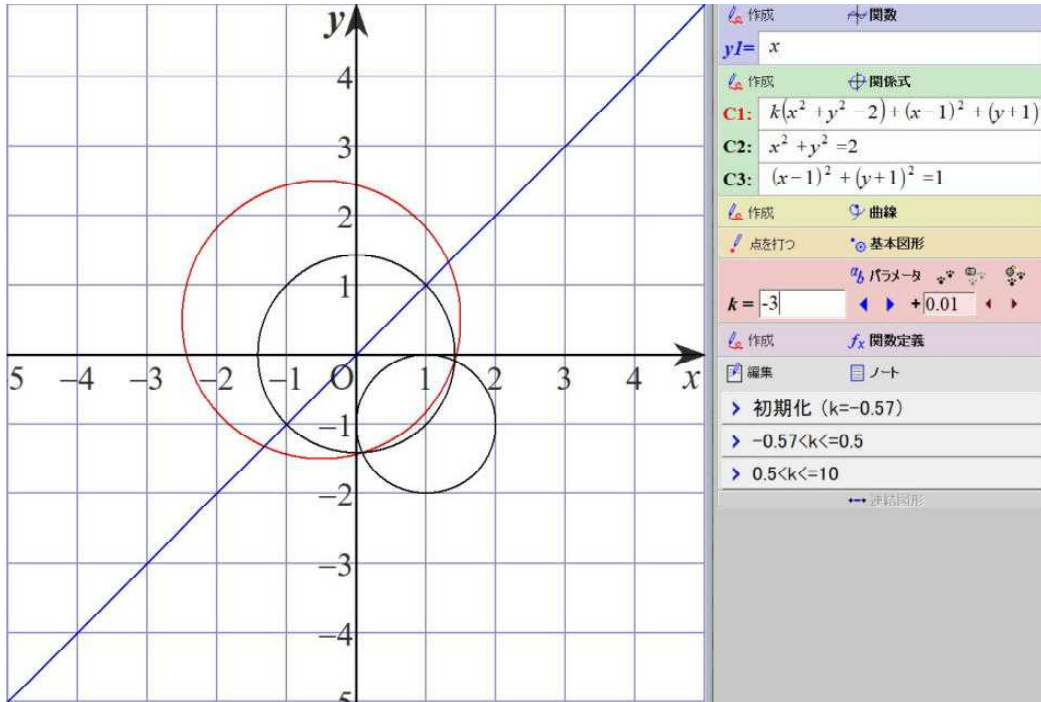
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.23
草 雲

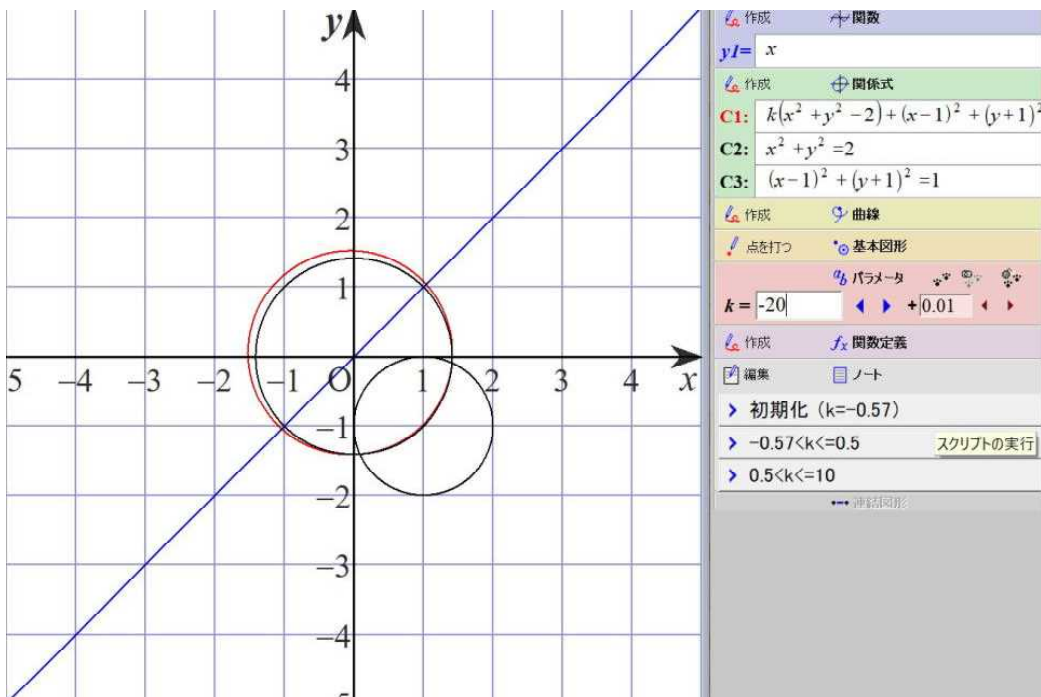
4 創価大学

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

⑩ k の値が -3 のとき



⑪ k の値が -20 のとき



おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.24
草 雲

5 福岡大学

(1) 入試問題

k が $k \neq -\sqrt{2}$ を満たす定数であるとき、
 $x^2 + y^2 - 1 + k(x - y - \sqrt{2}) = 0 \cdots \textcircled{1}$ は、 k の値にかかわらず、
定点Aを通る円を表す。このとき、定点Aの座標を求めよ。
また、円 $\textcircled{1}$ と円 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9 \cdots \textcircled{2}$ が共有点をただ1つもち、
 $k > 0$ であるとき、 k の値を求めよ。

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

【実験日】

2024年1月24日

【使用PC】

Lavie NX850/N

【使用GRAPES】

GRAPES 7.84

【使用スクリプト】

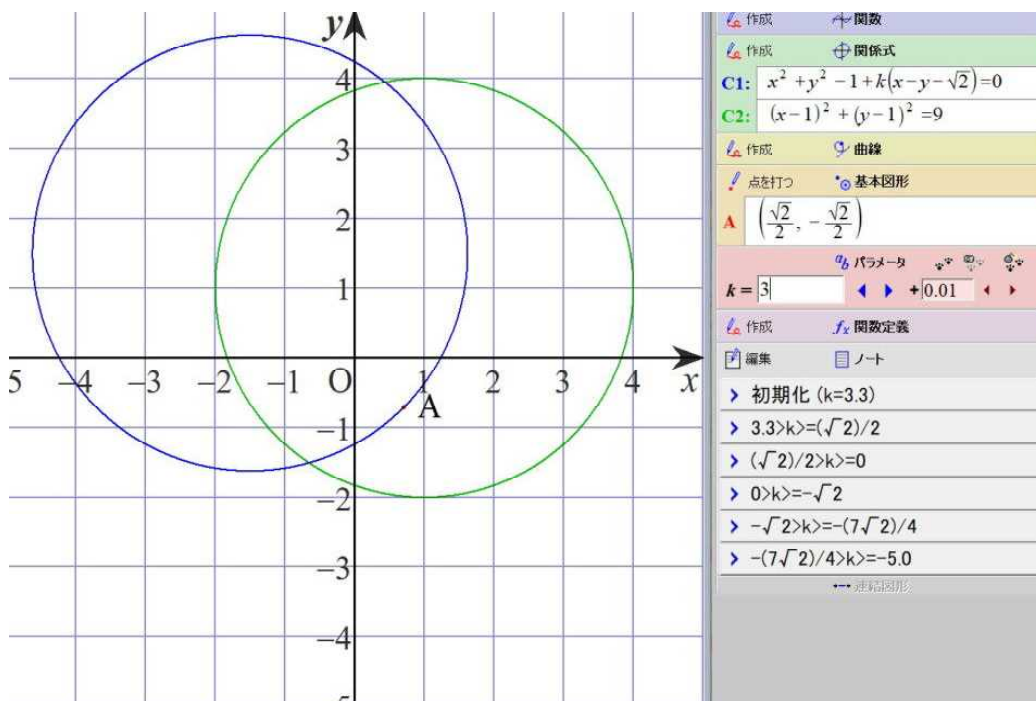
自作ファイル
『fukuoka.gps』

【考察】

円 $\textcircled{1}$ の方程式の k の値を3.3から-5まで、0.01刻みに変化させて観察しました。
 $k > \sqrt{2}/2$ のとき、円 $\textcircled{1}$ と円 $\textcircled{2}$ は2点で交わります。 $k = \sqrt{2}/2$ のとき、円 $\textcircled{1}$ と
円 $\textcircled{2}$ は共有点をただ1つもちます。 $\sqrt{2}/2 > k > -7\sqrt{2}/4$ のとき、円 $\textcircled{1}$ は円 $\textcircled{2}$ の
内側にあります。 $k = -7\sqrt{2}/4$ のとき、円 $\textcircled{1}$ と円 $\textcircled{2}$ は共有点をただ1つもちます。
 $k < -7\sqrt{2}/4$ のとき、円 $\textcircled{1}$ と円 $\textcircled{2}$ は2点で交わります。因みに、 $k = -\sqrt{2}$ のとき、
円 $\textcircled{1}$ は消えます。

定点Aの座標 $(\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ を連立方程式を解いて求めます。2つの円の
半径と中心間の距離の関係から、 $k = \sqrt{2}/2$ ($k > 0$) を計算して求めます。

① k の値が 3 のとき



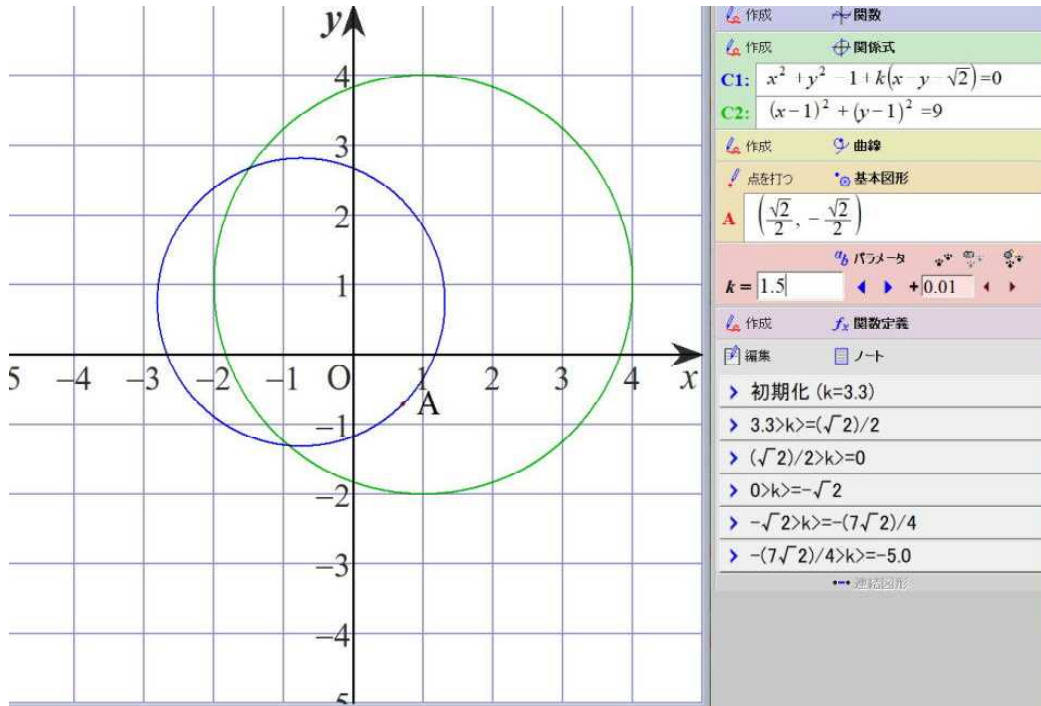
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.24
草雲

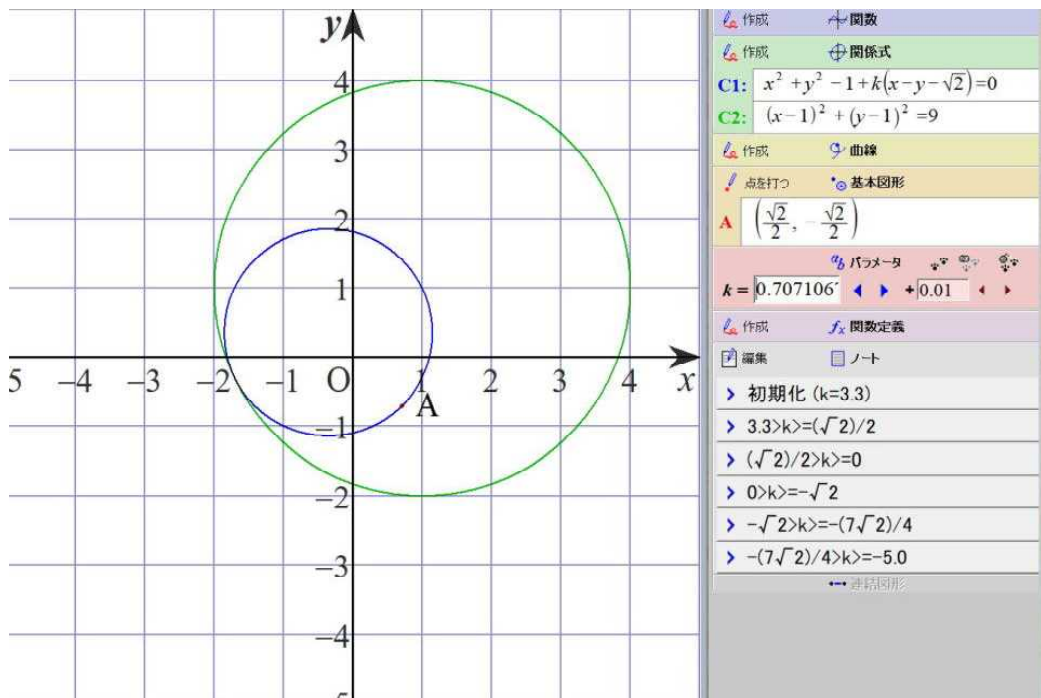
5 福岡大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

② k の値が 1.5 のとき



③ k の値が $\sqrt{2}/2$ のとき



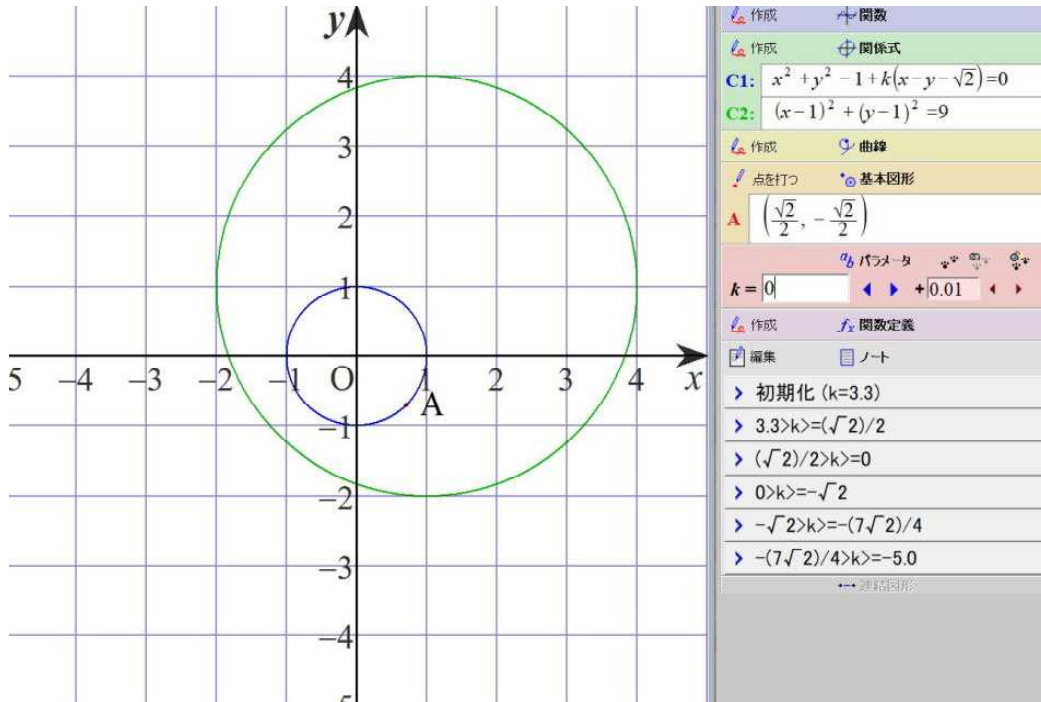
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.24
草雲

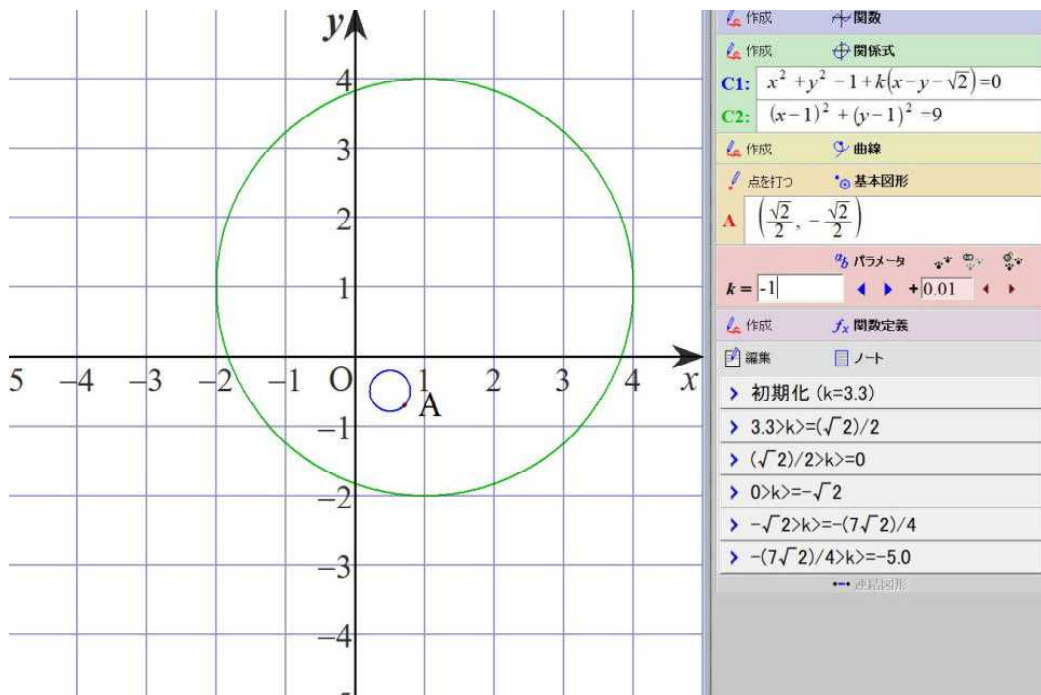
5 福岡大学

(2) 実験結果 (G r a p e s 版シミュレーション)

④ k の値が 0 のとき



⑤ k の値が -1 のとき



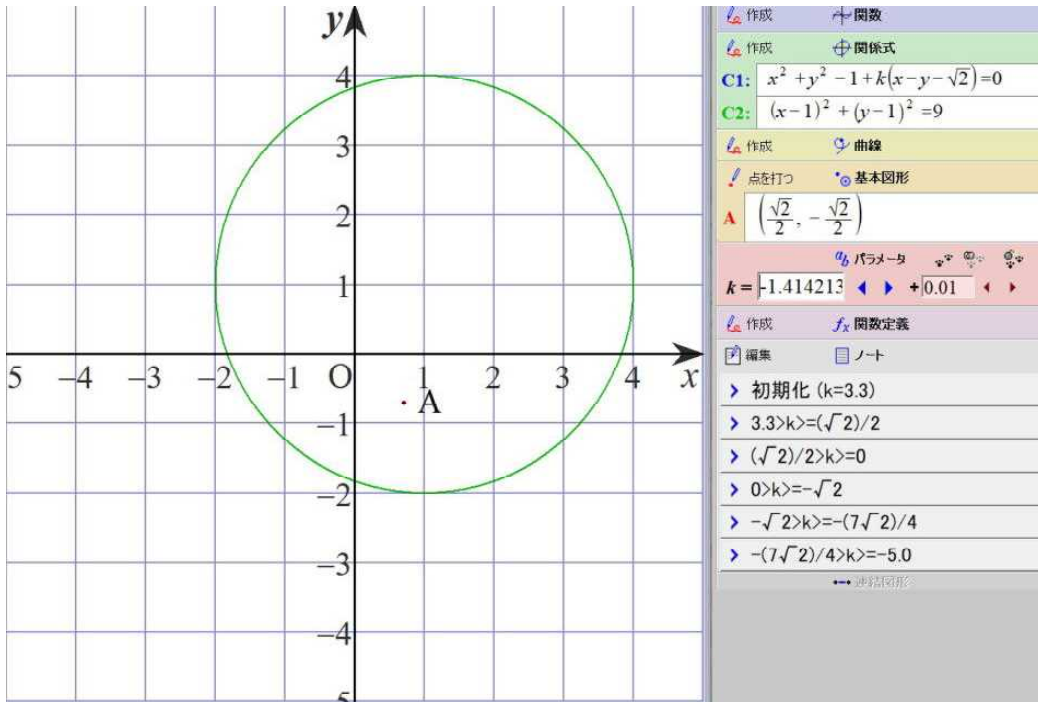
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.24
草雲

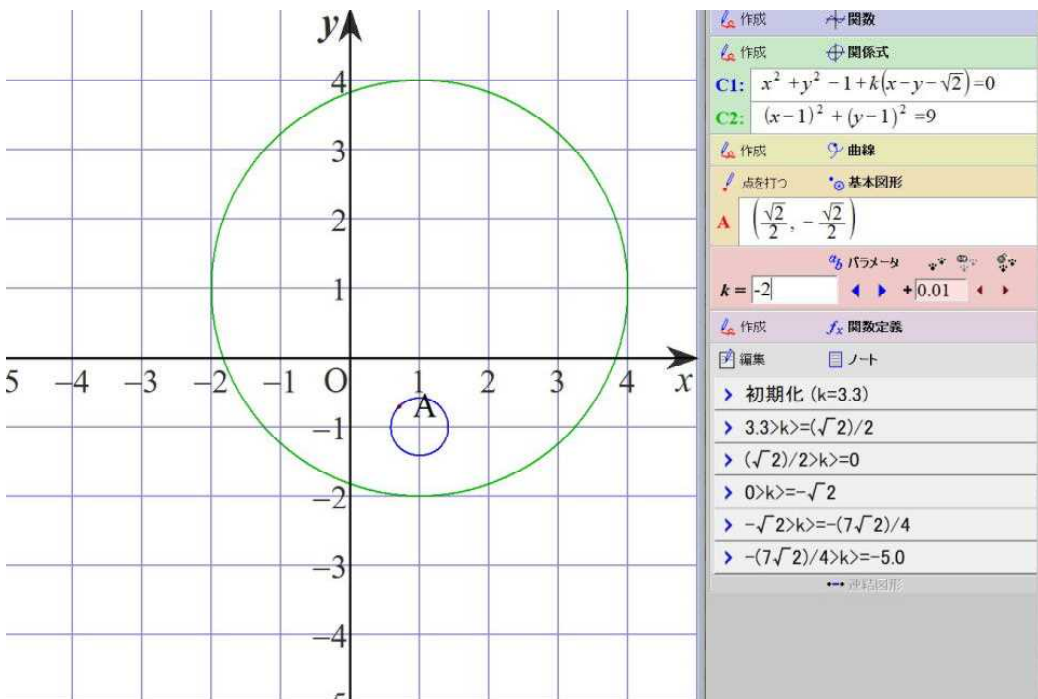
5 福岡大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑥ k の値が $-\sqrt{2}$ のとき



⑦ k の値が -2 のとき



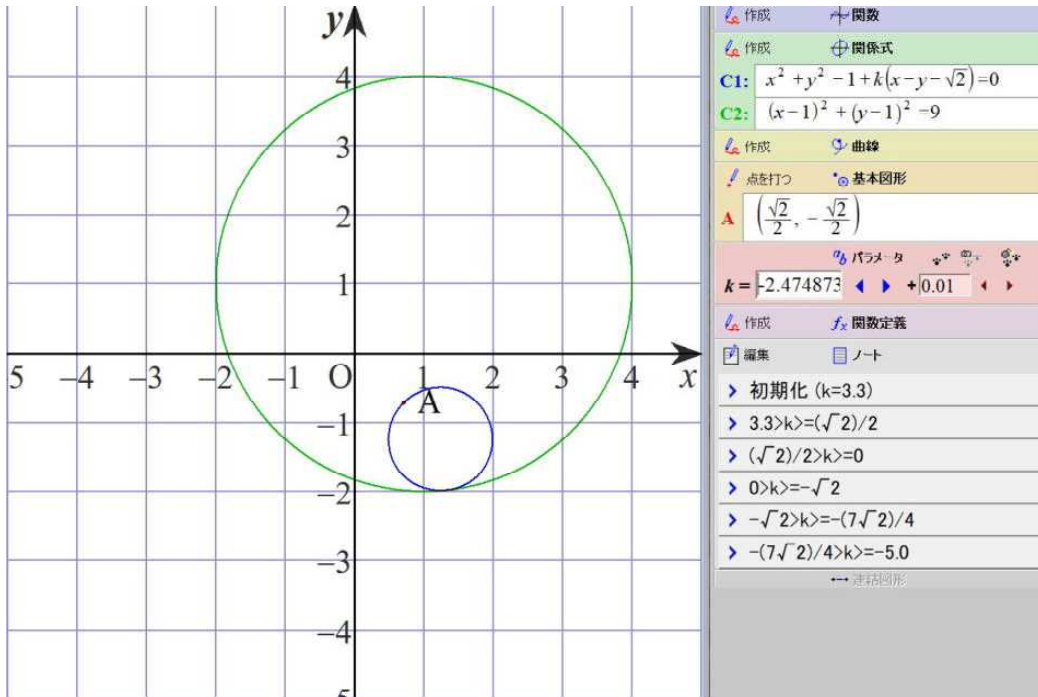
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.24
草雲

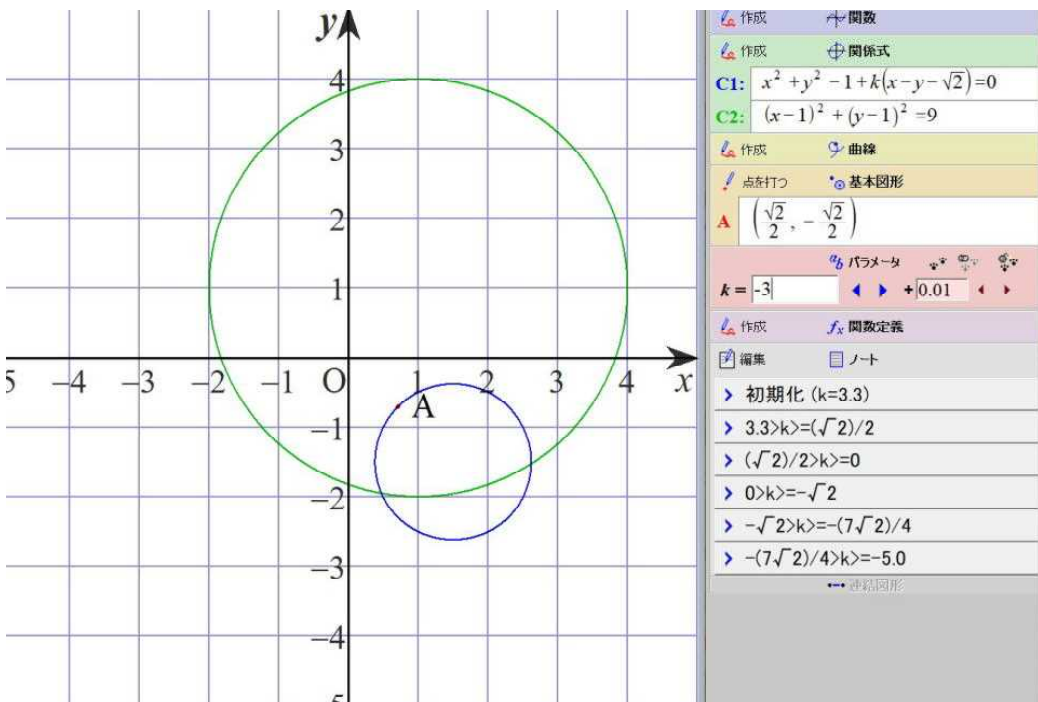
5 福岡大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑧ k の値が $-7\sqrt{2}/4$ のとき



⑨ k の値が -3 のとき



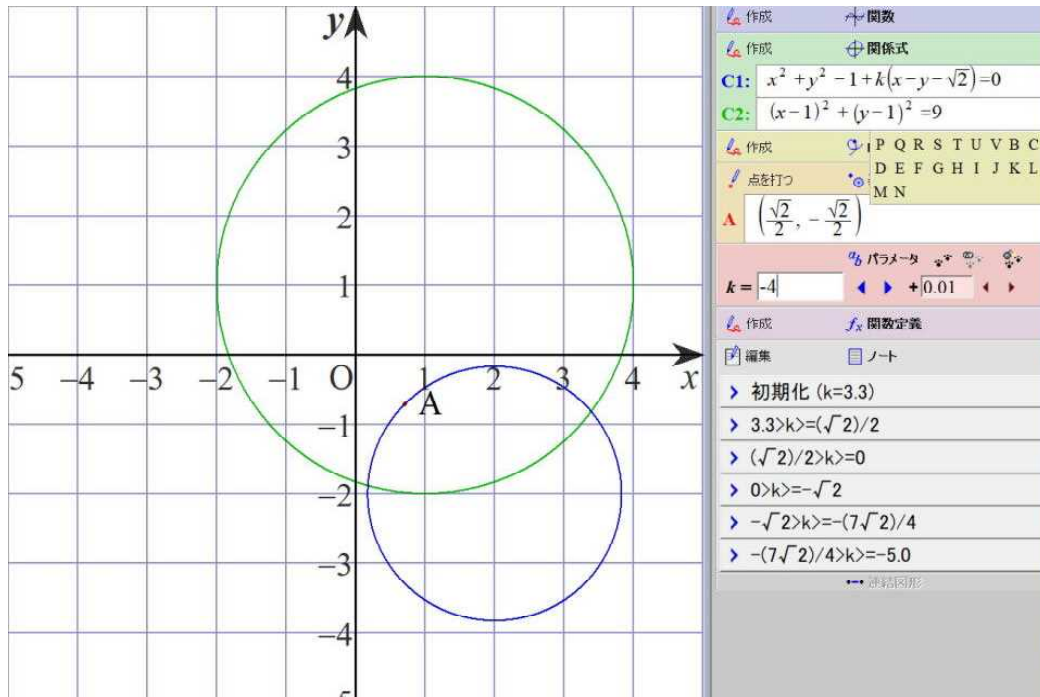
おもしろシミュレーションⅢ (Grapes)

2024.1.24
草雲

5 福岡大学

(2) 実験結果 (Grapes版シミュレーション)

⑩ kの値が -4 のとき



⑪ kの値が -5 のとき

